

ISSN 1407-5806

**COMPUTER
MODELLING
AND
NEW TECHNOLOGIES**

**Volume 10
No 2**

2006

Transporta un sakaru institūts
(Transport and Telecommunication Institute)

Computer Modelling and New Technologies

Volume 10, No.2 – 2006

ISSN 1407-5806

ISSN 1407-5814

(On-line: www.tsi.lv)

Riga – 2006

EDITORIAL BOARD:

Prof. Igor Kabashkin (Chairman of the Board), *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*;
Prof. Yuri Shunin (Editor-in-Chief), *Information Systems Management Institute, Latvia*;
Prof. Adolfas Baublys, *Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania*;
Dr. Brent Bowen, *University of Nebraska at Omaha, USA*;
Prof. Olgierd Dumbrajs, *Helsinki University of Technology, Finland*;
Prof. Eugene Kopytov, *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*;
Prof. Arnold Kiv, *Ben-Gurion University of the Negev, Israel*;
Prof. Anatoly Kozlov, *Moscow State University of Civil Aviation, Russia*;
Prof. Juris Zakis, *University of Latvia*;
Prof. Edmundas Zavadskas, *Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania*.

Editor:

Literary editor – Lucija Paegle, *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*

Host Organization:

Transport and Telecommunication Institute – Eugene Kopytov, Rector

Co-Sponsor Organization:

PAREX Bank, Latvia – Valery Kargin, President

Supporting Organizations:

Latvian Transport Development and Education Association – Andris Gutmanis, President
Latvian Academy of Sciences – Juris Ekmanis, President
Latvian Operations Research Society – Igor Kabashkin, President
University of Nebraska at Omaha, USA – Brent Bowen, Director of Aviation Institute
“The Khaim Kordonsky Charitable Foundation” – Inna Kordonsky-Frankel

THE JOURNAL IS DESIGNED FOR PUBLISHING PAPERS CONCERNING THE FOLLOWING FIELDS OF RESEARCH:

- mathematical and computer modelling
- mathematical methods in natural and engineering sciences
- physical and technical sciences
- computer sciences and technologies
- semiconductor electronics and semiconductor technologies
- aviation and aerospace technologies
- electronics and telecommunication
- navigation and radar systems
- telematics and information technologies
- transport and logistics
- economics and management
- social sciences

Articles can be presented in journal in English (preferably), Russian, German and Latvian (at the option of authors). All articles are reviewed.

EDITORIAL CORRESPONDENCE

Transporta un sakaru institūts (Transport and Telecommunication Institute)
Lomonosova iela 1, LV-1019, Riga, Latvia. Phone: (+371)-7100593. Fax: (+371)-7100535.
E-mail: journal@tsi.lv, [http:// www.tsi.lv](http://www.tsi.lv)

COMPUTER MODELLING AND NEW TECHNOLOGIES, 2006, Vol. 10, No.2

ISSN 1407-5806, ISSN 1407-5814 (on-line: www.tsi.lv)

Scientific and research journal of Transport and Telecommunication Institute (Riga, Latvia)
The journal is being published since 1996.

Copyright © Transport and Telecommunication Institute, 2006

CONTENTS

Editors' remarks	5
Information teaching technologies	7
SIX SIGMA METHOD APPLICATION TO THE PERFECTION OF TEACHING EFFECT V. Chlaidze, I.Linde	7
SYSTEM APPROACH IN TEACHING TECHNOLOGIES Yu. Shunin, T. Lobanova	15
NEW CHALLENGES FOR THE EDUCATIONAL MANAGEMENT IN THE KNOWLEDGE- BASED SOCIETY Yu. Stukalina	26
Solid state physics	30
SOFTWARE FOR SIMULATION OF RETENTION LOSS IN MEMORY TRANSISTOR R. Avichail-Bibi, D. Fuks, A. Kiv, Ya. Roizin, T. Maximova, A. Gouternakht, V. Shterner	30
Information systems	40
USING OF 'SYNTHETIC' TRACES IN PREDICTION OF TRANSITIONS FOR COMPUTATIONAL MEANS OF TRANSPORT SYSTEMS /in Russian/ S.A. Orlov, B.Ja. Tsilker	40
Applied mathematics and mathematical physics	46
INVESTIGATION OF SOLUTIONS OF PARAMETRIC PROBLEMS OF OPTIMAL GUIDING WITH SPECIAL POINTS /in Russian/ O.I.Kostryukova, M.A.Kudrina	46
METHOD OF REDUCTION OF GENERALIZED STEPHAN'S PROBLEM TO NON-LINEAR INTEGRAL-DIFFERENTIAL EQUATION OF VOLTERRA TYPE /in Russian/ Sh.E. Guseinov	57
METHOD OF REDUCTION OF ONE NON-LINEAR PROBLEM FOR KORTEVEG-DE FREEZE EQUATION TO NON-LINEAR INTEGRAL-DIFFERENTIAL EQUATION OF VOLTERRA TYPE /in Russian/ Sh.E. Guseinov	68
METHOD OF REDUCTION OF ONE NON-LINEAR PROBLEM FOR MONGE-AMPERE EQUATION TO NON-LINEAR INTEGRAL-DIFFERENTIAL EQUATION OF VOLTERRA TYPE /in Russian/ Sh.E. Guseinov	75
Authors' index	81
Personalia	82
Cumulative Index	86
Preparation of publications	92



Editors' Remarks

Thought

Thought, I love thought.
But not the juggling and twisting of already existent ideas
I despise that self-important game.
Thought is the welling up of unknown life into
consciousness,
Thought is the testing of statements on the touchstone of
consciousness,
Thought is gazing onto the face of life, and reading what can
be read,
Thought is pondering over experience, and coming to
conclusion.
Thought is not a trick, or an exercise, or a set of dodges,
Thought is a man in his wholeness, wholly attending.

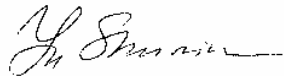
D. H. Lawrence

This 10th volume No.2 points out an attention to some education problems, which are really actually for this day. But some essential tasks in a pure mathematics are also considered.

This means that our journal policy is directed on the fundamental science, which is the basement of a full-scale modelling in practice.

This edition is the continuation of our publishing activities. We hope our journal will be interesting for research community, and we are open for collaboration both in research and publishing.

EDITORS



Yu.N. Shunin



I.V. Kabashkin



SIX SIGMA METHOD APPLICATION TO THE PERFECTION OF TEACHING EFFECT

V. CHLAIDZE, I. LINDE

Information Systems Management Institute, Department of Management and Marketing
Lomonosov str. 1-A, LV-1019, Riga, Latvia, e-mail: isma@isma.lv

Innovation is the lifeblood of most organizations. For the majority of organizations, long-term success is tied directly to the new product development process. Tomorrow's revenue and growth are tightly bound to how successful you are at launching new products and services. The Six Sigma process is increasingly used in corporate practice. Businesses in various industry segments such as Services industry (Example: Call Centers, Insurance, Financial/Investment Services), Ecommerce industry (Example: B2B/B2C websites), Education can definitely use Six Sigma principles to achieve higher quality. Many big businesses such as GE and Motorola have successfully implemented Six Sigma, but the adaptation by smaller businesses has been very slow. In education, Six Sigma pertains to improving the quality of matter taught, the character generated of the students, and the quality of study and students life. Bringing Six Sigma efficiency and performance improvements to education sectors raises new challenges for quality managers. Six Sigma provided exact tools needed to improve this costly, critical – and frequently highly inefficient business. Focused on procedures that can be put to work immediately in education industry, Six Sigma demonstrates how to quickly ensure gains in key measures of quality improvement. The present article examines an instance of applying the Six Sigma methodology at the point where the education processes of an institute of higher education have been defined, its pictorial models have been plotted and are being analysed for future optimisation. Thus, the group of people working on the project requires a methodology for process analysis, planning, and a means to ensure permanent quality control.

Keywords: Six Sigma, education, quality of study process

1. Introduction

New product/service development is a business process focused on improving profitability. Properly applied, design for Six Sigma is a powerful management technique that generates the right product at the right time and at the right cost. And yet, the development effort faces many challenges in practice. Design for Six Sigma is a systematic integration of tools, methods, and processes for new product and service development [3]. The marching trend of the new economic order has generated a new capsule of Six Sigma as a unified approach to process excellence. The tests reveal that it has transformed some of the most successful companies in the world, such as Motorola and General Electric [3]. It is activated as an approach of aiming at a target by changing the culture of a company, involving everyone in the company, not just the Quality Leaders. The concept of Six Sigma is to identify the problem in a process, charter a project to specifically address the process, evaluate the process and work through the project in order to improve the process in totality. In the words of Jack Welch, past-Chairman of General Electric, Six Sigma is "The only program I've ever seen where customers win, employees are engaged in and satisfied by, shareholders are (rewarded), and everybody who touches it wins" [7]. In education Six Sigma can be used to improve the quality of study and students life. With the revolutionary usage of audio-visual devices, like projectors, video conferencing, etc., the students can also be asked to write papers on a particular subject and after the presentation of papers (in Microsoft PowerPoint), a discussion can take place on the respective subject. Under this method of imparting knowledge of literacy with quality, the thinking, writing and presentation skills of the students can be kindled. In addition, the existing method of quality improvement through SQCS (Students Quality Control Surveys) has created the value-based concept as a simile for the Six Sigma standards. It infuses a spike of excellence, emotional development, humaneness and self-discipline.

Entities in the education industry are called education organizations. Many service organizations are profit-earning business enterprises, such as private schools and private higher education establishments; some education organizations are non-profit organizations, such as some universities. In any education organization, however, one or more kinds of services are provided to customers. The education industry exhibits some distinct features that are not found in the manufacturing industry:

- Education is intangible; the features are not things like hardware;
- Education is perishable; the features cannot be inventoried;
- Education often produces heterogeneous output;
- Education often involves simultaneous production and consumption.

Information teaching technologies

However, behind these apparent differences, there are also many similarities between the manufacturing and education industries. A manufacturing-oriented company will provide one or many kinds of products to its customers. In any manufacturing-oriented company, there will always be a core operation, which is usually the product development and manufacturing process. Besides the core operation, there are also many other business processes, such as business management, financial operation, marketing, personnel, and supplier management.

In their turn, the education organization has a business operation model similar for many service organizations. In this model, the service organization has headquarters and many branches or rector's office and faculties in education organization. Each branch is a service delivery process. The service process delivers services to customers. The services provided to customers, no matter how intangible, can be treated as *service products*. For example, in the restaurant business, the meal provided to customers and the music played could be treated as service products; in the insurance business, the insurance policy and processed claims can also be treated as service products. In service organizations, usually the service delivery processes and services are closely related; many of them are in the same place.

However, no matter what type of service organizations you look at, there are three aspects of services that are detrimental to service quality and customer satisfaction:

Service Product. Service product refers to the service output attributes to the customers, or the service items provided to the customers. For example, in the restaurant service, the service product includes the meals; use of dining utensils, tables, and chairs; and music played if needed. In the health-care service, the service product includes diagnosis, treatment, and care items.

Service Delivery Process. Service delivery process refers to the process that delivers service products to customers or maintains the service products. For example, in car rental centre, the service process includes all steps needed to rent a car to a customer. These steps include collect driver's license and credit card, check car availability, fill and print contract, obtain customer signature, deliver car key and contract to customer, and locate the car.

Customer-Provided Interaction. In service process, there is also a human interaction aspect, that is, the interaction between customers and service providers. The quality of this interaction will greatly influence customer's satisfaction. For example, in the car rental business, the representative should greet customers politely, ask customers their car preference, and patiently explain all the options [2].

For profit-earning service organizations and the private educational organizations are of the kind, profitability is one of the most important factors for success. High profitability is determined by strong sales and overall low cost in the whole enterprise operation. It is common sense that

Business profit = revenue – cost.

In addition,

Revenue = sales volume × price.

Here *price* means the sustainable price, that is, the price level that customers are willing to pay with satisfaction. Some researchers (Sherden, 1994) have found that both sale volume and sustainable price are mostly determined by customer's value [4]. As a matter of fact, it is customer's opinion that will determine a product's fate. Customers' opinions will decide the price level, the size of the market, and the future trend of this product family. When a product has a high customer's value, it often is accompanied by an increasing market share, increased customer's enthusiasm toward the product, word-of-mouth praises, a reasonable price, a healthy profit margin for the company that produces it, and increasing name recognition.

Sherden provides a good definition for customer's value. He defines the customer's value as perceived benefit (benefits) minus perceived cost (liabilities), or specifically as

Customer's value = benefits – liabilities [4].

The implementation of Six Sigma in the educational arena requires the lecturers to be considered 'employees', or the workforce in general. The customers tend to be the parents who pay the fees and want quality in return of the good result of their wards and/or students itself.

Six Sigma puts the customer first and uses *facts* and *data* to drive better solutions. Six Sigma efforts target three main areas:

- Improving customer's satisfaction;
- Reducing cycle time;
- Reducing defects.

Information teaching technologies

Improvements in these areas usually represent dramatic cost savings to businesses, as well as opportunities to retain customers, capture new markets, and build a reputation for top performing products and services. Although it involves measuring and analyzing of the organization's business processes, Six Sigma is not merely a *quality* initiative – it is a business initiative. Achieving the goal of Six Sigma requires more than just small, incremental improvements; it requires breakthroughs in every area of an operation. In statistical terms, “reaching Six Sigma” means that your process or product will perform almost no defects. But the real message of Six Sigma goes beyond statistics. Six Sigma is a total management commitment and philosophy of excellence, customer's focus, process improvement, and the rule of measurement rather than good feeling. Six Sigma is about making every area of the organization better able to meet the changing needs of customers, markets, and technologies – with benefits for employees, customers, and shareholders [1].

What makes Six Sigma different? Three key characteristics separate Six Sigma from quality programs of the past.

1. *Six Sigma is customer focused.* It's almost an obsession to keep external customer's needs in plain sight, driving the improvement effort. External customers are mostly those who buy your business's products and services.

2. *Six Sigma projects produce major returns on investment.* At General Electric, for example, the Six Sigma program resulted in the following cost versus returns:

- In 1996, costs of \$200 million and returns of \$150 million;
- In 1997, costs of \$400 million and returns of \$600 million;
- In 1998, costs of \$400 million and returns of more than \$1 billion.

General Electric's CEO, Jack Welch, wrote in the annual report that in just three years, Six Sigma had saved to the company more than \$2 billion [7].

3. *Six Sigma changes how management operates.* Six Sigma is much more than improvement projects. Senior executives and leaders throughout a business are learning the tools and concepts of Six Sigma: new approaches to thinking, planning, and executing to achieve results. In a lot of ways, Six Sigma is about putting into practice the notions of working smarter, not harder.

The implementation or application of Six Sigma starts with the recognition of a problem, and the defining of a project to cure or alleviate that problem. The project is undertaken by a team using DMAIC, which stands for Define, Measure, Analyze, Improve and Control [1]. DMAIC is a valuable tool that helps people find permanent solutions to long-standing or tricky business problems. The basic framework works well in a wide variety of situations, but using DMAIC does involve time and expense. So you should weigh the costs of using DMAIC against the benefits and costs of skipping some steps or jumping right into solutions. Two indicators that you should follow all of DMAIC:

1. *The problem is complex.* In complex problems, the causes and solutions are not obvious. To get at the root of complex problem, you need to bring together people with different areas of knowledge or experience. You may have to gather lots of different data before you discover patterns that provide clues about the causes. If you have a simple problem (or you think it is simple), often an experienced person can gather and analyze data and find a solution without going through all of the DMAIC steps.

2. *The solution risks are high.* A key part of the DMAIC methodology is developing, testing, and refining solution ideas *before* you impose them on the workplace and on customers. So you should use DMAIC any time the risks of implementation are high, even if you think a solution is obvious. However, if you've stumbled on an obvious problem and risks of implementing the solution are minor-meaning little disruption to the process, little or no impact on customers little cost – go ahead and try it out [5].

For most projects, it is risky to skip any DMAIC steps. The logic that links the DMAIC phases is a key to success. But we recognize that it is human nature to want to jump to solutions and quickly make the improvement. If you think you have an obvious solution with minimal risks, you can try skipping some of the DMAIC steps. But before you do so, ask:

- What data do I have to show that this idea is the *best possible* solution?
- How do I know that the solution will really solve the targeted problem?
- What possible downsides are there to the solution idea?

If you can't provide data to support your answers to these questions, you need to work through all the DMAIC phases. What you need before you start?

- First draft of project charter from sponsor(s);
- Resource allocation (time of team members, defined team).

Deliverables:

1. A completed project charter (covering the problem statement, business impact, goals, scope, timeline, defined team);
2. Documentation showing what customers (internal and external) are or will be affected by this project and what their needs are;
3. High-level process map(s);
4. Completed project plans. Requirements will vary by company but often include Gantt charts; stakeholder analysis; resistance analysis; risk analysis; action logs, responsibility assignments, and communication plans.
5. Outcomes from the project launch meeting showing team consensus around project purpose, charter, deliverables, and team responsibilities.

With the outcome of the implementation of Six Sigma methodology, we have found that successful deployment of Six Sigma involves focusing on a small number of high-leverage items. The steps needed for the successful implementation of this concept are the following:

1. The successful improvement must start from the senior level of leadership. This is done by providing training of the principles and the tools needed for the purpose. Simultaneously, the steps are taken to "soft-wire" the organization and to cultivate an environment for innovation and creativity. The generation of Quality Improvement Teams occurs at the level of Principals and other members of the management.
2. The module is developed for establishing close communication with students, employees and suppliers. This involves developing rigorous methods of obtaining and evaluating student, employee and supplier input. The lecturers act as the database for reporting and conduct of study.
3. Training is assessed throughout the organization and is considered indispensable. Six Sigma educations needed to be provided to ensure that adequate levels of literacy and numeracy are processed by all employees/lecturers.
4. A standardized Six Sigma framework for continuous improvement is developed with a system of indicators for monitoring progress and success.

Research proves that firms that successfully implement Six Sigma perform better in virtually every business category, including return on sales, return on investment, employment growth and stock value growth [6]. The strategy that has to be applied in today's educational arena is a thoughtful concern on the part of the management to understand customer's needs and strives to reduce defects throughout all educational processes. The specific focus of the Six Sigma management philosophy for continual improvement is a disciplined approach to all aspects of both processes and production. Included in this focus are product and process development, process improvement, and process management.

The key aspects of Six Sigma incorporate:

- the use of quality tools
- the use of statistical analysis to make data-driven decisions
- a strong focus on results
- major savings through defect and/or cost reduction
- major improvements to customer's satisfaction
- a focus on customer's requirements

The Six Sigma process analysis methodology – DMAIC: Define Measure, Analyse, Improve and Control – is used to enhance the existing process. The DMAIC sequence is applied by performing the system of activities at each of the 5 stages. It is exemplified by the task of reengineering the business process called "Institute Department", with the Lecture as one of its Outputs.

2. Define

The primary tasks at this stage are to define who the consumer for this process is, what the consumer's demands are, what aims the project is pursuing and what results it should bring. Here, one utilises process maps devised earlier that identify the Suppliers, Inputs, Consumers and Outputs. The basic recommendations for model analysis are as follows:

- Idle functions (jobs) must be either eliminated or assimilated into a process;
- Functions that do not lead to consumer satisfaction must be eliminated as well. Examples: correct preventable defects, recover defective products, and avoid unpractical delays;
- Elimination entails not only merging several functions (jobs) into one so as to prevent delays, but also determining and correcting the root causes that bring about the need for alterations or recovery.

Information teaching technologies

In the end, all the faults of a process come to the satisfaction of consumer's demand. One must identify the product and process parameters and a way to quantify those in order to prevent such faults. It is recommended that the Output parameters of a process and their significance to the client should be rendered in a table (see Table 1 below). Parameter isolation is essential for one to concentrate the effort on the most important procedures and to more easily devise a measurement scale for statistical analysis. Measurement scales may be applied to consumer feedback, geometric dimensions and flavour quality.

TABLE 1. The Parameter Matrix of the Process

Lecture, the Output of the Department Process			
Output parameter	Duration	Cost	Quality
The parameter's rating (1-10)	1	5	10
Factors affecting the parameter and their ratings (1-10)			
Lecturer eloquence	7	1	2
Lecturer proficiency	4	6	10
Rent	1	10	1
...			

While devising a measurement scale, it is advisable that one should use the Balanced Scorecard methodology, which monitors the institution's working efficiency across several aspects, i.e. Finance, Consumer, Process, and Teaching and Growth [5]. The most widely used BSC attributes that Six Sigma projects implement are offered in Table 2.

TABLE 2. The Balanced Scorecard Attributes and Process Parameters

Finance What are the financial goals of the process? <ul style="list-style-type: none"> • Manufacturing costs • Activity Based Costing • The price of low quality • The gains of adhering to 	Client What are the client's needs in this process? <ul style="list-style-type: none"> • Client satisfaction • Timely execution • Output quality • The product's other advantages, e.g. Safety
Process What processes facilitate satisfying the client's needs? <ul style="list-style-type: none"> • Sigma, number of deviations • Production volume • Supply quality • Turnaround 	Teaching and Growth How qualified and innovative must the staff be? <ul style="list-style-type: none"> • Scale of Six Sigma implementation • Education quality • Number of trained (retrained) personnel

The advantage of the Balanced Scorecard methodology is its structured approach, firstly, to defining the goals and, later, to the measurement scale itself, i.e. the efficiency indicators of reaching the goals that have been set.

3. Measure

At this stage of the sequence, the Defect of a process and its causes must be determined by measuring the factors that affect the selected Parameters the most. Here, a Pareto diagram is applicable, wherein one may identify the 20% of the factors that generate 80% of the problems. Control charts are the second statistical instrument used at this stage. These allow one to evaluate the stability of a process, and therefore its predictability. This is motivated by the need to stabilise the unstable (unpredictable) processes a must before improvement begins.

There are 2 principal types of process instability causes: common (constant) and special (sudden). A control chart reveals the special causes. The technique is really simple: determine the average value, then the upper and lower control limits (usually 3 Sigma of the average). Any points outside these limits will be special causes of instability. Several types of control charts exist, tailored to the type of data and function, see example – Table 3 [1]. A control chart may be plotted in Excel.

Information teaching technologies

TABLE 3. Types of Control Charts

Chart	Selection type	Data type	Function
P	Variable range	Proportion (relative defect count)	Analysing process stability by tallying the defects
nP	Constant range, 20-50	Proportion	Analysing process stability by tallying the defects
c	Constant range, defect tally is straightforward	Quantitative, range very broad	Analysing stability with more than one defect per item
u	Variable	Quantitative	Analysing stability with more than one defect per item
XmR	Range -1	Time, length, weight, money	Analysing stability with only one measurement whose results differ significantly
XbarR	Range 2-10	Time	Turnaround estimate

In many cases (manufacturing, technology), one must also determine whether a given process can satisfy the client's demands. Numerically, this ability is represented as 0 defects. To achieve Six Sigma quality, we may assume 3.4 defects per million items as the upper control limit and 0 as the lower. A process is considered "able" if the graph lies within the control limits. One may automate the Capability analysis in Excel or elsewhere. We carry on inspecting the Department process and measure the Parameter "Lecture Quality" (the most significant one) by polling a group of students and staff over a period of 3 months. The list of questions, answers and ratios is available in Table 4.

TABLE 4. List of questions, answers and ratios

No.	Question	Answer	% Total
1	Reason for participating in the Lecture	General information Skill acquisition Increasing qualification Other	22 45 20 13
2	Did the Lecture meet your expectations? (1 - not at all, 5 - absolutely)	1 2 3 4 5	2 7 45 35 11
3	Lecturer's proficiency (1 -poor, 5 - excellent)	1 2 3 4 5	4 12 28 30 26
4	Quality of the materials (1 -poor, 5 - excellent)	1 2 3 4 5	8 36 30 20 6
5	Time management efficiency (1 -poor, 5 - excellent)	1 2 3 4 5	13 33 34 16 4
6	How might the Lecture be improved?	Higher-quality material Better time management Lecturer's further training	47 35 18
7	Do you intend to use our services in the future?	Yes No Maybe	62 20 18

The data acquired from the poll may seem sufficient for analysis and decision-making but first one must ascertain their validity. That is, if the participants' evaluations of a parameter correlate, the possibility exists that the questionnaire results are suitable for further analysis. We use the attribute analysis, which shows that 65% of the poll participants have been consistent in their evaluations, meaning

Information teaching technologies

that these data may be used. To the Department administration, the most important factors are as follows: the present students' loyalty, their willingness to purchase other services (e.g. consulting), and attracting new consumers. We therefore analyse the answers "No" to question 7. The analysis is technically complex in that several experiments (20 in this case) are carried out with different focus group sizes and answer distributions. Therefore, it may be sensible to analyse the proportional distribution of the answer "No" over the course of the polling. This was carried out in Excel, control chart type P. To a manager, the graph tells about the applicability of the experimental results to improving the process, as well as about the actual distribution of "No" answers percentiles for the question "Do you intend to use our services in the future?"

4. Analyse

The present stage entails the analysis of an activity's results by determining the evaluation criteria and investigating the defect causes. In this case, one has to plot an Ishikawa diagram (a cause and effect diagram). Other kinds of studies are possible as well, such as FMEA (Failure Modes and Effects Analysis) – the analysis of a defect and its cause used for investigating the technological aspects of a process.

5. Improve

The obvious goal of this stage is to perform the activities planned during the analysis of defect causes. An index of the activities in our case is offered in Table 5. When solving technological issues, one should use the DOE methodology (design of experiments, done in Excel). The function of this statistical instrument is to determine the optimum factor ratio to achieve top quality. For example, it can provide the chemical, temperature and duration setting for a process, which will guarantee maximum product purity.

TABLE 5. Ways to Improve Lecture Quality

Staff
Carry out lecturer's certification
Teaching
Conduct methodological lessons
Conduct pre-market training (lecture) tests
Process
Compile job descriptions in accordance with the process description project.

6. Control

At the final stage of the DMAIC sequence, one develops a plan of controlling the process improvement by repeating the statistical studies, and determining and fiscally evaluating the efficiency of the measures that have been taken. In this case, the poll has to be repeated and the negative answer distribution should be analysed by plotting a control chart. Suppose that the proportion of unsatisfied consumers had fallen by approximately 50%, allowing asserting the economic efficiency of the Six Sigma project in question.

Conclusion

The present article both treated DMAIC, one of the sequences of the Six Sigma methodology, and provided an overview of the statistical toolkit. The efficient application of this methodology undoubtedly requires one to either invite qualified professionals or invest sizeable sums in training one's own. Therefore, the rector must understand the array of tasks solved in Six Sigma projects and the list of requirements to the participants of such projects, while also keeping in mind the specifics of the higher school.

The example provided in the present article illustrates the effectiveness of Six Sigma optimisations for nearly any type of process, provided that its goals and techniques of key parameter measurement are defined properly.

Information teaching technologies

The authors did not intend to describe the advantages of Six Sigma compared to any other approach to process quality control and reengineering. However, we express the hope that the article will stimulate a deeper inquiry into the methodology and its practical applications.

The authors are convinced that the declarative statements about the efficiency of a given instrument should be replaced by practical advice that will stimulate studies in a given area or draw on professional services.

References

- [1] Brue G. (2005) *Six Sigma for Managers*. McGraw-Hill, London
- [2] Kai Yang. (2005) *Design for Six Sigma for Service*. McGraw-Hill, London
- [3] Pande P., Holpp L. (2003) *What Is Six Sigma?* McGraw-Hill, London
- [4] Sherden W.A. (1994) *Market Ownership: The Art & Science of Becoming #1*. American Management Association
- [5] Stamatis D.H. (2003) *Six Sigma Fundamentals: A Complete Guide to the System, Methods and Tools*. Productivity Press, London
- [6] Хэрри М., Шредер Р. (2003) *6 SIGMA. Концепция идеального менеджмента*. Эксмо, Москва
- [7] <http://www.sdlcg.com/sdlsite/Articles/welch.htm>

Received on the 2nd of April 2006

SYSTEM APPROACH TO LANGUAGE TEACHING

YU. SHUNIN AND T. LOBANOVA

Information Systems Management Institute,
Department of Foreign Languages
Department of Natural Sciences and Computer Technologies
Lomonosov str. 1A, LV-1019, Riga, Latvia, e-mail: shunin@isma.lv, isma@isma.lv

In this paper we propose some certain definitions to pedagogical phenomena in the process of language acquisition on the basis of the General Systems Theory (L. von Bertalanffy, 1937). We consider a group of learners as a **learning system** which is reversely charged with a situational **managerial system** (i.e. mentoring/teaching staff), thus, forming a constituent structural unit of a bigger pedagogical system but keeping at the same time, all its main characteristics. Since the learning system experiences a purposeful external pedagogical influence, it is considered a **managed system**. A model of Intelligent System Management has been worked out. The principles developed are adequate also for other study activities and study courses.

The process of imparting educational information by a mentor is distinguished by its qualitative and quantitative indices. We regard it as a process of **intellectualization** of a study group in connection with the notion of 'homeokinetic plato', which actually reflects different intellectual levels of tested study group, e.g., in a language acquisition. The proposed **System of Intelligence Levels** and the **Teaching Efficiency Indicator** ensure the possibility to estimate the initial level of learner intelligence and the final result and compare these with a predetermined purposeful goal to see the efficiency of a study course and the progress of student achievement. These techniques can be recommended for use to a variety of educational domains.

An empirical study was used to analyze the optimum amount of the language material to be included into the final test on Business English. The empirical results gave grounds to compile effectively the examination paper material amount and to define the time for its fulfilment. **Optimization Model** of teaching information amount and time distribution has been worked out. The system approach to language teaching and acquisition allows us to remove the blinders so that we can see the educational world in the light that illuminates the whole – the system – and only then there will be lasting changes for the better.

Keywords: system approach, intelligent system, managerial provision, instructional events, database, knowledgebase, language decoding, homeokinetic plato, intelligence level, intellectuality, teaching efficiency indicator, study material optimization

1. A Time for Action: Language Teaching Methodologies and Approaches

The 20th century, especially the years from the 1950s to the 1980s are often referred to as 'The Age of Methods', when *Situational Language Teaching* evolved in the United Kingdom, *Audio-Lingualism* emerged in the United States. A variety of accompanying methods were proclaimed such as *Silent Way* developed by Caleb Gattegno, *Suggestopaedia* – a methodology developed by Lozanov, *Community Language Learning*, *Total Physical Response* developed by James Asher, is a method which finds favour with Stephen Krashen's theory of *roughly-tuned* or *comprehensible input* (i.e. the language that the students hear or read and are able to comprehend) [1].

In the 1980s more interactive approaches to language teaching came to be known as *Communicative Language Approach*, including *The Natural Approach*, *Cooperative Language Learning*, *Content-Based Teaching* and *Task-Based Teaching*, where methodologists concentrate not so much on the nature of language input, but on the learning tasks that students are involved in.

Another view which has gained increasing prominence in language teaching is that of the student as a 'whole person'. In other words, language teaching is not just about teaching language, it is also about helping students to develop themselves as people. This idea gave rise to a number of teaching methodologies and techniques which have stressed the *humanistic* aspects of learning – *Humanistic Approaches*, described by G. Moscovitz [8]. And here we can see the first signs that learning is considered to be a holistic process in a holistic world.

It is generally known, that the first who put *man* into the centre of his investigations was Socrates. The main achievement of the Ancient Greek anthropology was the practice of a holistic approach to the study of a human being.

The 20th century was not an exception. On the contrary, it has experienced a sort of 'anthropological boom'. It turned the minds of the leading scientists in all spheres to the query of human

Information teaching technologies

existence, and gave rise to the renaissance of ‘anthropological’, in their character, variants of a research paradigm in order to find a holistic, system approach to the problem.

The System Approach is more and more penetrating into biology, pedagogy, psychology, medicine and other sciences. It was used in scientific researches of I.Pavlov, V.Vernadsky, N.Vavilov, P.Anokhin, P.Lesgaft and many others. But the priority in formulating the General Systems Theory belongs to Ludwig von Bertalanffy (1937).

Although the System Approach is not a new one in pedagogy, still, there is no a generally accepted interpretation of the notion ‘system’ in scientific literature. Traditionally, a system is described as a number of elements forming a certain wholeness due to interrelations between them (S. Arkhangelsky, Y. Kabansky, T. Ilyina, N. Kuzmina and others).

V.Afanasyev sees the definition of a ‘system’ as a combination of objects, the interaction of which preconditions the appearance of new integrative qualities that are not characteristic of the single components. The interrelation between the components is so tight, that any changes in one of them cause changes in others and sometimes in the whole system [11].

According to L.Victorova, a ‘pedagogical system’ – is a great number of interrelated components put in order and forming a whole unity subjected to the aims of upbringing and education [12].

As the 21st century unfolds, educational environment becomes a new super complex system with a constantly changing pattern. Being engaged in this environment, each of us performs tasks strategically using our specific competences to achieve a certain result. Mostly the tasks are accomplished through language relationships therefore they might not be always language-related. These relationships form a spectrum of intelligent socio-language system. Here we can see the first modern signs that learning can be considered to be a holistic process in a holistic world [5-7].

We are not going to inculcate ourselves deeply with theorizing on ‘pedagogical system’ as such since the focus of our attention is on a student study group in the process of language acquisition. However, all the aforementioned definitions have given us the grounds to consider a group of learners in the educational environment as a system, as a component part of a bigger pedagogical system, keeping its all main characteristics. We refer to the notion ‘educational system’ only as to the academic process organized within one particular educational institution. In our view, an educational ‘**system**’ – *is an organized wholeness of interactive components with constant reverse ties forming an integrated learning environment, which presupposes the appearance of new integrative qualities in the process of intellectualization and, eventually, leads to restructuralization of both the single constituents, and the system as a whole*. An integrated learning environment includes the whole gamut of social, psychological, cultural, educational and environmental factors as both influences and resources from which individuals can draw.

2. Intelligent System Structural Organization and Management

Systems, management, intellectuality and their interrelation – these are the issues without a clear understanding of the essence of which it is not possible to study neither any problems, nor dynamic or developmental processes in any domain. According to von Bertalanfi, at the foundation of any material dealing with systems, lies The General Systems Theory or The General Management Theory, which only allow to work out the meaningful notions and definitions.

In our case the educational system has an organizational structure that carries all the peculiarities characteristic of a complex system [13-15]. We can single out the following:

- Subjects (learning system – mentor/managerial system);
- Elements (aims – content/educational information – methods/means/strategies – resources – forms of education, training, development);
- Attributes (properties of constituent objects);
- Interactions or attitudes;
- The presence of direct and reverse ties;
- The presence of levels and their hierarchy.

We can present the organizational structure of the educational system in the following way:

Information teaching technologies

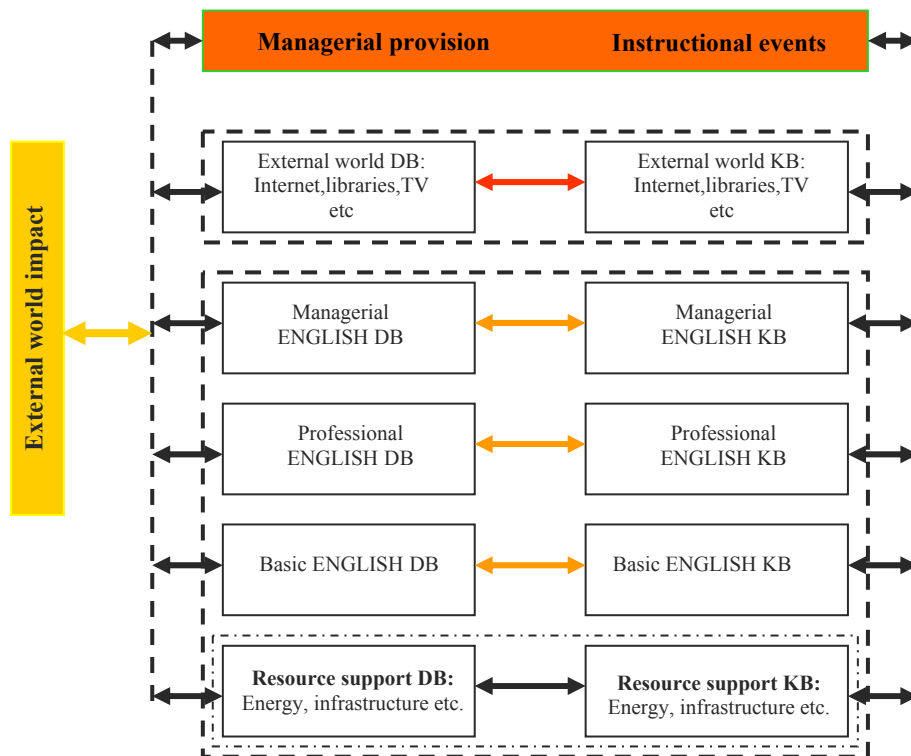


Figure 1. The organizational structure of the educational system

According to The Systems Theory, each intellectual system is founded on a database, a knowledgebase (KB) and the corresponding managerial system, as well as, a resources support system. The initial point for creating an educational system is *a set goal*. The goals are not invented, not put forward by an individual subjectively or they are given in objective circumstances.

In the centre of the educational system is *the learning system* – a group of learners (in our model presented as a language database (LB) and knowledgebase since we assume every individual as possessing certain communicative language competences), for the sake of which the whole system is created. The learning system is open, active, dynamically developing in time and transitioning from one intellectual state into another due to interactive communication within the educational system, which allows to ascend higher proficiency levels.

Intellectualization of the learning system (or subject) is carried out via adaptive intelligent management, performed by *the management system* – mentors/lecturers possessing knowledge. Eventually, the successful outcomes of the learning system largely depend on the efficient managerial provision. Management does not imply a directive-commanding style of contact between the mentoring staff and the learning group. It is an equal dialogue of the two systems, where the former ensures the necessary functional properties of the other

Educational *information* (including managerial instructional events, i.e. giving the necessary explanations, giving the keys to finding the solutions to the problems, introducing the order in the classroom if it's necessary etc...) serves as the basic element stipulating the existence of the system, since any system can survive provided that a flow of information functions efficiently. (The dotted lines and reverse arrows show how external managerial impact in the form of educational information is communicated to the learning system and how it may feed back as a result of the learner's and mentor's reaction to it. The charged information is perceived by learners in the database – which we assume as learner's communicative language competence. Then it is comprehended, interpreted, analyzed and processed in the knowledgebase in accordance with previously acquired knowledge. As a result of all structural sequences and transformations, the outbound acquired educational information serves as a signal for the management system that the learning group is ready to process some further information or is ready for the acquisition of a higher-level knowledge, thus, ascending a new intelligent level). Methods, strategies and means of communication aim to organize the learning activities to ensure a successful acquisition of educational information in accordance with the predetermined goals.

Information teaching technologies

Every system, including the educational one, experiences the influence of the external *environment*, mutually exchanging energy and information and it is able to restructure the activities depending on the demands of the external world.

Thus, summing up, we can say that the organizational structure of the educational system presents a wholeness of interactive components and an organized combination of pedagogical elements and is characterized by the hierarchy of levels.

3. Levels of Managerial Language Decoding Via Educational Information Amount and Complexity

- The second repercussion of epistemological pandemonium is the management of the university itself.
- The stochasticity of quasi-singular substance precipitate adequately correlates with consistence anisotropy.
- Endocasts have been taken to indicate that some phenomena in human ontogeny is recapitulating in hominid phylogeny.

Confusing, isn't it? The given examples show how difficult it could be to talk to a layman on professional topics. It is even more difficult for an unprepared person to listen and comprehend such things that would never find any response in mind.

What means ensure successful intersystem communication? First of all, it is the language of management, the language of communication with a learning group. The language of a learning system (communicative language competence) and the language of the management system (complexity and amount of educational message) are the crucial characteristics, which determine the choice of the necessary level of contact.

In our article the foundational factor is not the content of the incoming information, but the process of its communication. If there is no adequate language contact between the two systems, however rich and interesting the content might be, it would never reach the desirable result.

Stephen Krashen, for example, considers that language input should contain language that the students already 'know' as well as language that they have not previously heard; in other words, the input should be at a slightly higher level than the students are capable of using, but at a level that they are capable of understanding [1]. Goldowsky and Newport in their discourse about language complexity have come to the conclusion that "...a limitation on the ability to perceive or remember the full complexity of linguistic input may have unexpected benefits", because "for *any* structure in the language there is a filter that produces optimal learning of that structure. If you start with very limited capabilities and then mature, you will have each size of filter in turn, and therefore have the chance to learn each structure in the language at the time appropriate for that structure – and you end up learning the entire language optimally." [2]. As a result of his scientific experiments, Jeffrey Elman points out that acquisition of language is significantly facilitated by arranging the acquisition device (a recurrent neural net) in such a way that its 'working memory' is small at the outset of learning, and grows incrementally during the learning process. "Specifically, successful language learning may depend on starting small." [3]

Our system approach to language acquisition takes into consideration both managerial language complexity and educational information amount as the means of ascending intelligence levels by a group of learners [9]. The model (below) has been designed, giving its adherence to fon Bertalanfi's homeokinetic plato, which, actually, reflects different levels of managerial language decoding (i.e. discovering, analyzing, interpreting and processing of the communicated educational message) by a group of learners.

Since intellectualization of the learning system goes on as a process, the system at every moment of its existence experiences a state of 'disbalance' – homeokinesis (fon Bertalanfi). The language of intelligent management (i.e. communication of educational information) is the factor that ensures a relatively stable equilibrium of the plato – (i.e. the intelligence level) from the beginning of a study course to its end. (Feedback fields B1 – B2, B3 – B4, B5 – B6.) To the left of B2 and B4 are the areas where the system shows signs of losing its former properties having acquired new ones. These new properties – knowledge, skills, abilities, competences – cause a 'global inner restructuralization' and transform the system into a new state of intellectuality. In other words, the appropriate managerial language which is adequate to the learners' decoding abilities, aims at keeping the learning system within the boundaries of the information homeokinetic plato. (Boundaries of the system stability A1 – A2, A3 – A4, A5 – A6. This is the area where managerial functional elements can be amended in case the system endures any deflections from the purposeful goals.) As a result of the acquired knowledge and the outcomes of global restructuralization, the learning group is able to mount onto a higher intelligence level, onto a higher level of language proficiency.

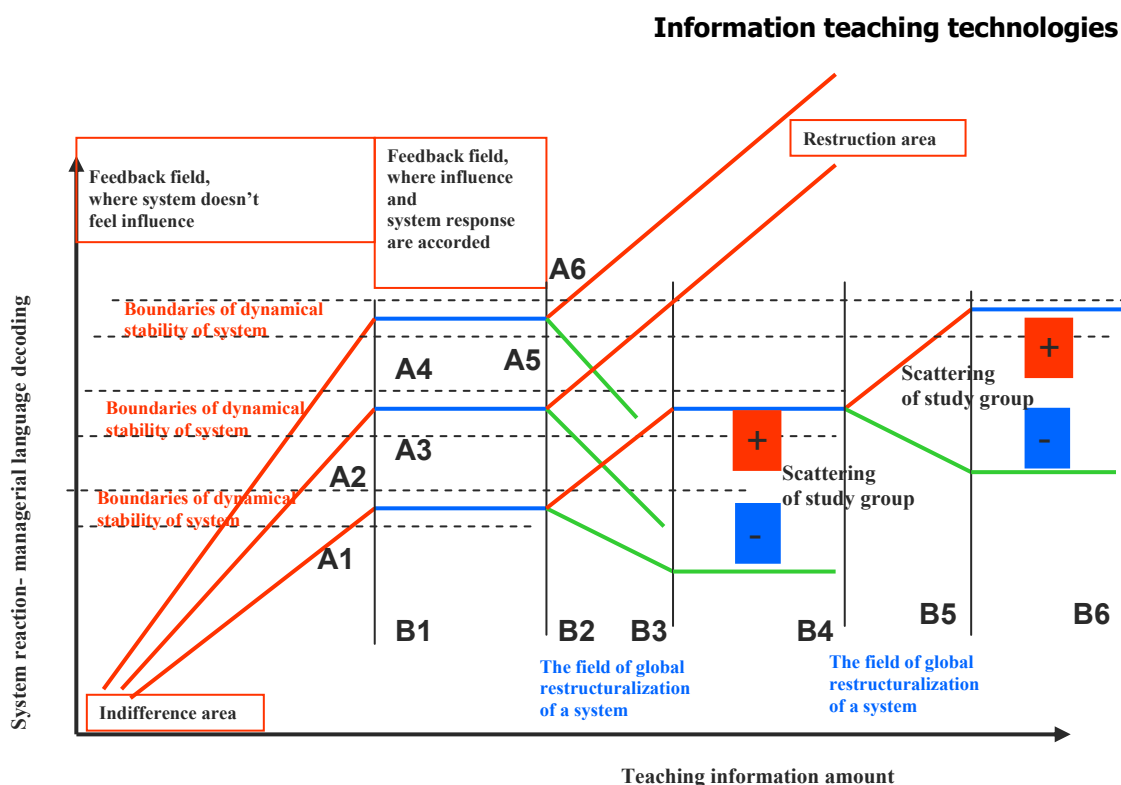


Figure 2. Homeokinetic plato model for language teaching system

Uncoordinated managerial influence will remove the learning system from the boundaries of dynamic stability, leading to a functional disbalance and, eventually, to information collapse. In such circumstances the learners will not be able to adapt or change the purposeful function of the total system. As a result, the whole system might be destroyed. In some cases the scattering of the learning system is observed (Feedback fields B3 – B4, B5 – B6). Some of more successful students due to self-management skills can acquire a reasonable amount of knowledge and move upwards to a higher intelligence level. Less successful ones will just become marginal candidates. To the left of A1 there is an ‘indifference’ area, where the students do not perceive the mentor’s educational message in case the input language is not adequate to the learning group.

The reasons of uncoordinated managerial influence might include a mentor’s low tone of voice which is impossible to hear in a large auditorium, or the language abounding in specific terminology which is incomprehensible, it might be an excessive amount of educational information within a limited time boundaries of a lecture which is physically impossible to comprehend or if a mentor shows disinterest in students as personalities, he is just ‘doing his job’, etc.

A study course can be implemented intensively within limited time frames, ensuring a rather fast transition from one level of *homeokinetic plato* onto another. It presupposes a fast in-training professional profile course generally considered as English for Specific (or Occupational) Purposes.(A1 – A6). If we speak about a pedagogical process, we assume an extensive course with a much wider time span, significantly increasing educational information amount as well as far-reaching purposeful goals. (The field of global restructuralization B1–B6). The process presupposes not only the development of communicative language competences but the general competences of language learners, including their knowledge, skills, existential competence (the sum of individual characteristics, personality traits and attitudes which concern self-image, and one’s view of others and willingness to engage with other people in social interaction), and also their ability to learn. These personality traits, attitudes and temperaments are parameters which have to be taken into account in language learning and teaching.

We can judge about the efficiency, effectiveness and success of the whole educational system only by the final result, by the students’ level of attainment, for which the whole system has been created. If one of the individual results is lacking behind, it will pull backwards the success of the whole group and, eventually, show a lower functional level of the learning system.

The educational system is distinguished by its functional mobility and flexibility, which allows at any time to introduce a regulating component by changing any functional element of the system. Comparing

a predetermined purposeful goal with the real interim result, the system can redesign its activities at any stage to amend individual intermediate deflections or any deviations of the final result from the initially set goals to avoid the destruction of the whole system.

4. System Intelligence Indicators as a Regulating Functional Component

The Systems Theory offers a set of characteristics reflecting complexity and intellectuality of a system, which are of vital importance for a pedagogical process. These characteristics are defined (according to Boulding – fon Bertalanfi's follower) by the system's reaction to the flows of incoming information [10]. The indicator of the auditorium readiness for the educational process is comparable with the indicator of intellectuality in The Systems Theory, hence the necessity to define the intelligence level of a learning group, first of all. In our case, as we have already pointed out, the intelligence level corresponds to the communicative language competence level of the learning group.

The **Intelligence Level Indicator (ILI)** is made up of the three basic components:

- 1) System complexity according to Boulding = **B**;
- 2) Learners' communicative language complexity = **C**;
- 3) Managerial language complexity = **M**.

$$\text{Intelligent Level Indicator} = ILI = \sqrt{(B^2 + C^2 + M^2)}. \quad (1)$$

The parameter **B** is a fixed constant and, similar to Boulding's scale ($B = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) [10], it might correspond to a natural number **7** in reference to a human individual (as the first system, consciously reacting to the flows of incoming information), or to a natural number **8** in reference to a social group/learning group.

The parameter **M** can be either very simple or very complex. On the analogy of Boulding's parameters, **M** might present a constant number, showing different levels of mentor's language complexity. (E.g. **1** = the level of simple orders and explanations during a lecture = Intermediate Professional Level; **2** = the level of solving problems, reasoning and drawing conclusions, showing logical thinking = Pre-Upper Intermediate Professional Level; **3** = the level of high-order skills – problem solving, case study, generating new ideas, etc. = Upper Intermediate-Advanced Professional Level).

The parameter **C** can be calculated as the *logarithm of Word-stock & Linguistic Items Amount* in conventional logarithm scale or might correspond to a fixed number, reflecting the level of language proficiency.

This formula is supported by various language proficiency tests. It can be applied at the beginning of an academic year and at the end, or at the beginning of a certain study course and while finishing it. It can also be used in case of any deviations from the predetermined objectives. The ILI is applicable both for individuals and groups.

We can also present a system's intelligence in a certain intellectuality space.

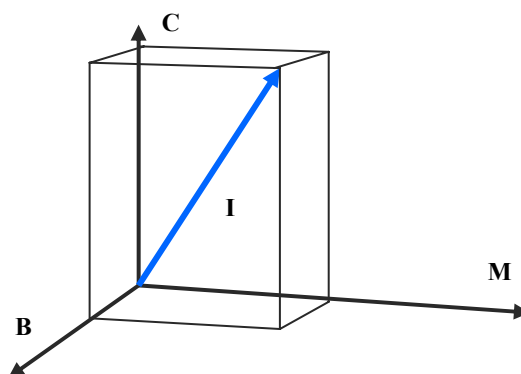


Figure 3. Intellectuality of a learning system (learning system means learning/social group)

The most important parameters for us are those of **C** and **M**, since **B** is a fixed number. As it can be seen from the model, alongside with the increasing parameters **C** and **M** (learners' communicative language complexity and mentor's language complexity respectively) the intellectuality space of the learning system will expand.

5. Teaching Efficiency Evaluation

The successful functioning of any system (including an educational one) is characterized by its efficiency. And here comes one more factor onto the surface – **Teaching Efficiency Indicator (TEI)**, which is based on two variables, since any study activity of a learner can be viewed as the necessary time for thinking and the necessary time for task fulfilment. Time for thinking presupposes reading the task or listening to a mentor's instructional events. Time for fulfilment is actually a technical doing of the task.

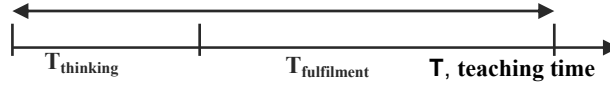


Figure 4. Time of thinking and time of fulfilment ratio

Teaching Efficiency Indicator:

$$TEI = \frac{T_{thinking}}{T_{thinking} + T_{fulfilment}} = \frac{1}{1 + \frac{T_{fulfilment}}{T_{thinking}}} = \frac{1}{1 + \tau}, \quad (2)$$

where $\tau = \frac{T_{fulfilment}}{T_{thinking}}$.

The formula makes it obvious that reduction of time for task fulfilment will result in the increase of efficiency. A line graph showing a typical behaviour of **TEI** was drawn up.

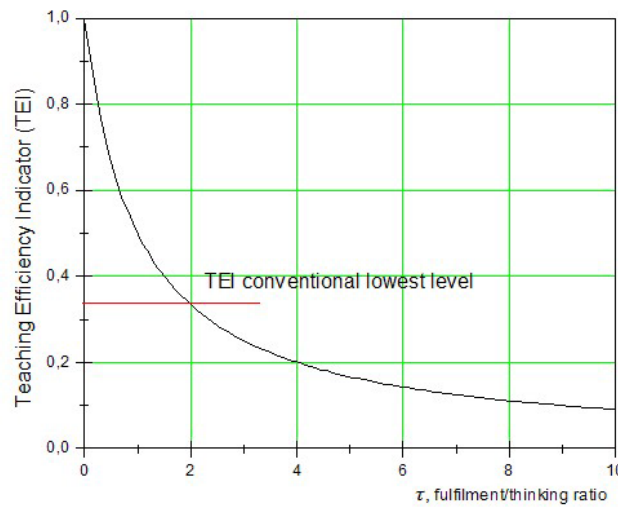


Figure 5. A typical behaviour of **TEI**

As we can see, the curve of efficiency goes steadily up with the shortening of time for task fulfilment. However, it is obvious, that we can not reduce the time infinitely. It will be just absurd. The critical point shows the lowest level of teaching efficiency.

6. An Empirical Investigation of Educational Material Amount and Its Optimization

Our task was to investigate what amount of educational material will be optimal with the maximal efficiency within a limited time. An empirical study was used to analyze the material of the final qualification exam in Business English, and particularly, the professional vocabulary.

According to the proportion factor we accepted 30 words as – 1, 60 words as – 2, 90 words as – 3, and 120 words as – 4 respectively.

The normative time for task fulfilment was 30 minutes. With the increase in the task amount, the time for thinking was increased. A graph of the expected efficiency was built:

Information teaching technologies

TABLE 1. Normative teaching time distribution

Teaching Information Amount	T _{thinking, min}	T _{fulfilment, min}	TEI
1 (30)	5	25	0,165
2 (60)	10	20	0,33
3 (90)	15	15	0,50
4 (120)	20	10	0,67

30 min – normative learning time

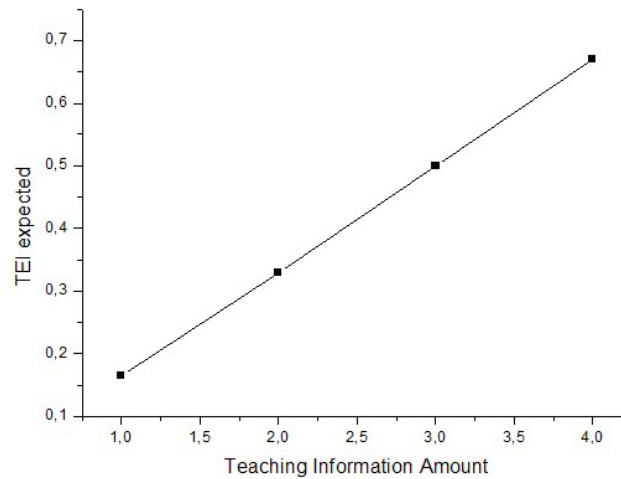


Figure 6. Expected TEI via teaching information amount

Four groups of ten learners were formed and each learner received the tasks. The tables below show the empirical results of the students' performance. The dashes (-) in sections for Time-fulfilment in blocks 3 and 4 indicate that the results were not counted. The student's production was either less than 70%, or there was not enough time to cope with the task, or some other reasons.

TABLE 2. Fulfilment analysis of conventional teaching task

Conventional Teaching Information Amount: 1			
Student's code	T _{thinking, min}	T _{fulfilment, min}	TEI personal
1	5	10	0,33
2	5	15	0,25
3	5	8	0,385
4	5	12	0,295
5	5	15	0,25
6	5	15	0,25
7	5	10	0,33
8	5	20	0,2
9	5	20	0,2
10	5	20	0,2
			2,69
			0,269

TABLE 2 (continuation)

Conventional Teaching Information Amount: 2			
Student's code	T _{thinking, min}	T _{fulfilment, min}	TEI personal
1	10	15	0,4
2	10	15	0,4
3	10	10	0,5
4	10	15	0,4
5	10	18	0,357
6	10	20	0,3
7	10	20	0,3
8	10	25	0,28
9	10	25	0,28
10	10	20	0,3
			3,517
			0,3517

TABLE 2 (continuation)

Conventional Teaching Information Amount: 3			
Student's code	T _{thinking} , min	T _{fulfilment} , min	TEI personal
1	15	20	0,43
2	15	15	0,5
3	15	28	0,34
4	15	20	0,43
5	15	25	0,375
6	15	30	0,3
7	15	25	0,375
8	15	-	0
9	15	30	0,3
10	15	-	0
			3,05
			0,305

TABLE 2 (continuation)

Conventional Teaching Information Amount: 4			
Student's code	T _{thinking} , min	T _{fulfilment} , min	TEI personal
1	20	10	0,67
2	20	15	0,57
3	20	20	0,50
4	20	20	0,50
5	20	35	0,36
6	20	-	0
7	20	-	0
8	20	40	0,33
9	20	35	0,36
10	20	-	0
			3,29
			0,329

On the basis of the empirical results a graph was drawn up and matched with the graph of the expected efficiency. The adjustment point shows that within the given time with maximal efficiency the optimal amount of words will constitute approximately 60 - 65 items. This parameter was observed in the forthcoming examination task in Business English. The results of the examination were different, but it proved that there were no failures, at least in the vocabulary part.

The empirical results show that student's achievement is dependent both on the time of thinking and the time for the task fulfilment. These findings are supported by the results of the examination content analysis.

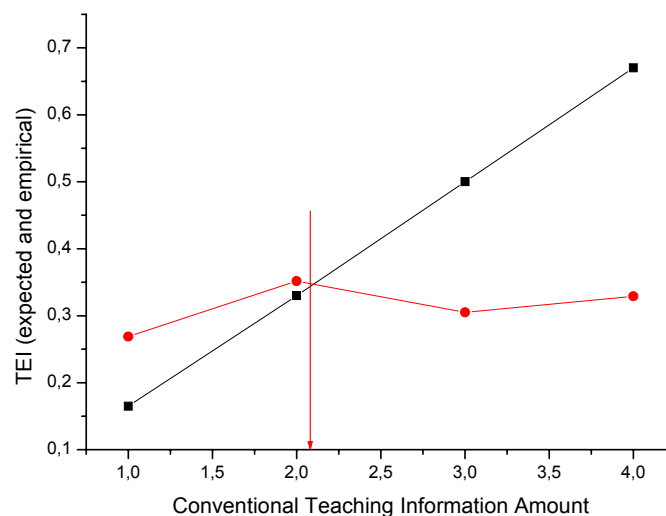


Figure 7. Optimal teaching information amount searching

7. Learning Information Amount and Time Distribution

The model below shows how a definite amount of learning material can be distributed in different groups with various indicators of intellectuality and efficiency:

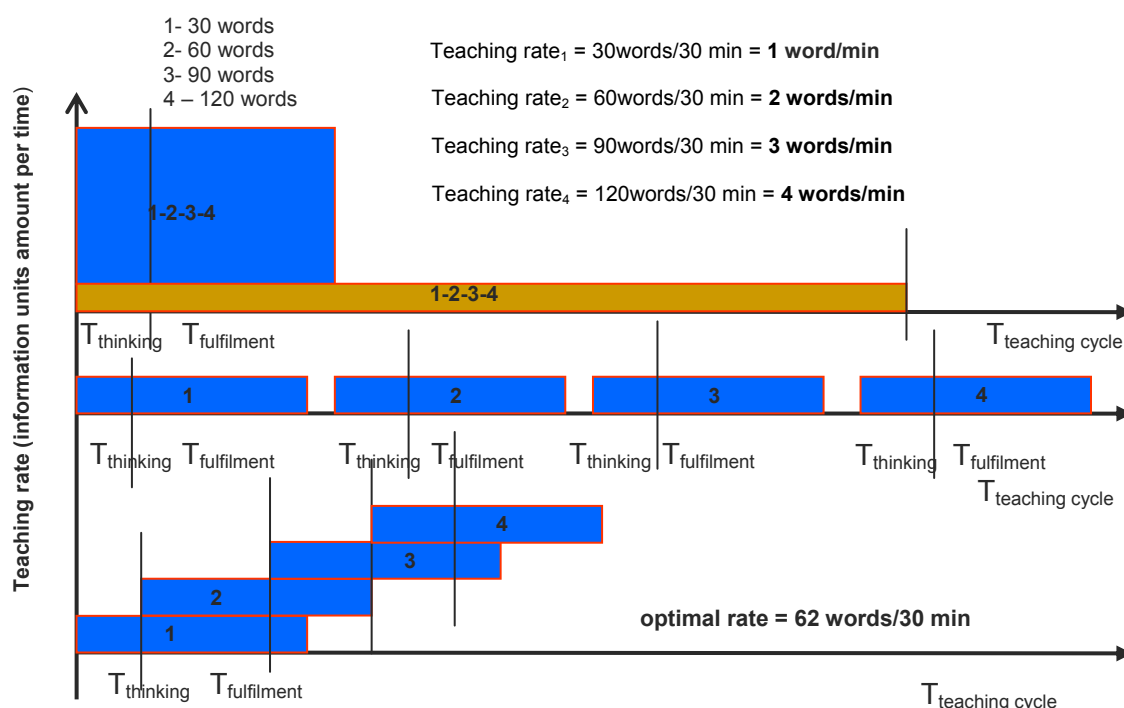


Figure 8. Teaching information amount and time distribution optimization model. Integrated Skills Module. 1-2-3-4. Module 1 – Reading; Module 2 - Listening; Module 3 – Speaking; Module 4 – Writing. Complex Moduling.

Practice proves that very often the difficulty is to condense into a very short time of a lecture some course of a subject and to cover as much as possible within a very limited period of time. Bringing The System Approach into class, we have the way of managing our time and resources. In more knowledgeable, advanced groups the learning material can be given in a whole block within a definite limit of time. In less successful groups it can be divided into separate tasks in various contexts, or these can be logically sequenced contexts following each other according to the degree of difficulty. The aim is to attain the maximum result with the minimum losses (in time, personal energy waste, interest, knowledge, etc.). The resources have to be deployed to their maximum effect.

Conclusion

The system approach to language acquisition allows implementing all the elements of the educational process most effectively, enabling to manage human resources, time resources and to attain the maximum efficient results in the process of students' intellectualization.

During the stage of professional education, the system approach to language learning allows to enhance not only the development of communicative language competences, but also professional and general human competences focusing upon developing professional mindset, mentality, professionally significant qualities such as insight, intuition, self-management, self-esteem and self-knowledge, purposeful introspection and self-criticism in judging what is acceptable and what is not, ability to differentiate what is quality and what is not, from the evidence put before them.

The injection of a management component into a higher educational institution is a necessary feature today, since the latter is transforming from a small-scale adjunct of industrial infrastructure into a large-scale – a mega – enterprise at the centre of the economy and the civilized life [5-7]. A strong management function is crucial to this making-public of the higher educational institution, to its coming into the attention of public view and being a part of the modernization of the whole society, hence the importance of working out a model of **Intelligent System Structural Organization and Management**.

Homeokinetic plato in language acquisition reflects qualitative and quantitative characteristics in learners' communicative language competences and, ultimately, the level of their intelligence. It presupposes an intensive way of language acquisition, allowing a rather fast transition from one intellectual plato onto

Information teaching technologies

another within a restricted educational information amount and time limits – (English for Occupational Purposes). The extensive way presupposes a vast pedagogical process which is expanded in time and educational information amount, when alongside with the development of communicative language competence a whole gamut of professional competences, general human competences, professional and generic skills and different kinds of thinking are developed, thus, enabling the learners to attain the highest level of the intellectual plateau and the purposeful goal of education.

The way of imparting educational message by a mentor is of a crucial importance in this process, since the level of complexity of language input has to be adequate to the level of students' comprehension and, yet, constantly enhancing their achievement in language acquisition. As Polanyi (1958) put it 'Existing human experience has a continuous character, it is not disjunctive, and therefore the application of formal *linguistic* rules to it requires of the applier the same kind of *art* as the application of any other kind of technology' [4].

It seems undisputed that the mastering of memory skills is important in educational development, still, the memorized information is no substitute for understanding, knowledge and insight – nor is it a reliable indicator of intelligence. Therefore the offered **Intelligence Level Indicator** takes into consideration not only a student's level of language proficiency, but also the comprehensible level of a mentor's language complexity as well as a regulating parameter (B) reflecting an individual as an intelligent system.

The suggested **Intelligence Level Indicator (ILI)** and **Teaching Efficiency Indicator (TEI)** permit to define the optimal amount of the learning material and the time for task fulfilment both for a particular individual and for a certain group as a whole. It can be recommended to any study domain, not obligatory language-related. In addition, due to its mobility and flexibility, the System Approach allows implementing these corrective factors (**ILI** and **TEI**) at *any* stage and at *any* time of the educational process to amend *any* elements in the educational system, hence its importance.

References

- [1] Krashen S. (1981) *Second Language Acquisition and Second Language Learning*. Pergamon Press
- [2] Goldowsky B., Newport E.J. (1993) Modeling the effects of processing limitations on the acquisition of morphology: the less is more hypotheses. In: *The Proceedings of the 24th Annual Child Language Research Forum*, ed. by E. Clark, CA: Centre for the Study of Language and Information, Stanford, 127-131
- [3] Elman J.L. (1993) Learning and development in neural networks: the importance of starting small. *Cognition* **48**, 71-83
- [4] Polanyi M. (1958) *Personal Knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy*. Routledge & Kegan Paul, London
- [5] Christison M. (1998) Applying multiple intelligence theory in preservice and inservice TEFL education programs. *English Teaching Forum* **36** (2), 2-11
- [6] Longworth N. (2004) *Lifelong Learning in Action. Transforming Education in the 21st Century*. RoutledgeFalmer, London and New York
- [7] Richards J., Rodgers T. (2001) *Approaches and Methods in Language Teaching* (2nd ed.). Cambridge University Press, Cambridge
- [8] Moscovitz G. (1978) *Caring and Sharing in the Foreign Language Classroom*. Newbury House
- [9] Бергаланфи Л. (1969) Общая теория систем: Обзор проблем и результатов. *Системные Исследования*. Наука, Москва, 30-54
- [10] Боулдинг К. (1969) Общая теория систем – скелет науки. *Исследования по общей теории систем*. Прогресс, Москва, 106-124
- [11] Афанасьев В.Г. (1981) *Общество: системность, познание, управление*. Политиздат, Москва, 432-35
- [12] Викторова Л.Г. (1989) *О педагогических системах*. Изд-во Красноярского университета, Красноярск
- [13] Lobanova T., Shunin Yu. The System Approach to Language Acquisition. *Nation and Language: Modern Aspects of Socio-Linguistic Development*. The 2nd Int. Conf Proceedings, Kaunas-Panavezhyz, April 28-29, Kaunas University of Technology, Technologija, Kaunas 2006, 146-153
- [14] Shunin Yu., Lobanova T. System Approach to Information Decoding in the Integrated Educational Environment. *Information Technologies, Management and Society*. The 4th Int. Conf. Information Technologies and Management, 2006 April 11-12, Riga, Latvia. Programme & Theses, ISMA, Riga, 19
- [15] Lobanova T. Teaching Technologies in Profile Education. CCN 3RD Annual Conference, 2006, May 15-16, Hamar NORWAY. *Consumer Citizenship Network. Abstracts*, 30-31

Received On the 21st of April 2006

NEW CHALLENGES FOR THE EDUCATIONAL MANAGEMENT IN THE KNOWLEDGE-BASED SOCIETY

YU. STUKALINA

Transport and Telecommunication Institute
Lomonosov str. 1, Riga, LV-1019, Latvia
Tel.: (+371)-7100668. Fax: (+371)-7100660. E-mail: alina_s@tsi.lv

The educational system of any country is a sophisticated organism; all physical, social and cultural factors and conditions influencing the existence and development of the country's educational system constitute the so-called educational environment. Friendly environment of the teacher's and student's plays an increasingly important role as strategic component in today's education – a role that is transforming a traditional educational system into a flexible, efficient, and extremely capable tool, which meets the needs of ever-evolving modern society. The last years of the 20th century have brought an amazing change in the global educational system, which is now in a state of continuous evolution. In the 21st century educational managers should be concerned with the educational environment, which is under the constant influence of modern technological environment, globalization and the accompanying demographic and socio-cultural changes. Creating an effective and adaptable educational environment has always been a challenge for education experts. This paper considers the essential trends and challenges, which constitute the strategic context for the educational management. It provides the analysis of the educational environment components, which might be used by education experts for the development of the optimum educational environment.

Keywords: education, management, external / internal environment

1. Introduction

The last years of the 20th century have brought an amazing change in the global educational system, which is now in a state of continuous evolution. Market forces are rapidly changing the educational industry. The changes embrace the whole educational system, from kindergartens to PhD programs. Globalization and rapid consolidation, increased government regulation and increased competition, the widespread use of advanced communications technologies and e-commerce are driving educational organizations to re-evaluate their business models and operations to stay competitive.

Due to living standards improvement people in general spend longer in the educational system. The importance of learning experience is crucial for the intellectual development of individuals. Thus, education becomes a long-term investment, which will determine our future and will be responsible for the country's prosperity.

Let us consider an educational system of the country as a sophisticated organism: all the physical, social and cultural factors and conditions influencing its existence and development constitute the so-called *educational environment*. Friendly environment of the teacher's and student's plays an increasingly important role as strategic component in today's education – a role that is transforming a traditional educational system into a flexible, efficient, and extremely capable tool, which meets the needs of ever-evolving modern society.

The conclusion is obvious: there's a demand for more thorough analysis of the educational environment components, the factors, which influence its formation and perfection, as well as its ability to adapt and keep up with the rapid technological and social changes. The formation of a properly organized educational environment is one of the key elements of the country's educational system development. To create an advanced educational environment means to provide teachers and students with a powerful educational tool.

The analysis of the educational environment components and further elaboration of the recommendations for their development and improvement is vital for education experts. Such analysis might help educators better understand the relations between social, pedagogical technological and other aspects of the educational environment. It might also provide some guidelines and assistance for the development of the educational environment oriented teaching methods and materials.

By exploring the factors that influence the formation of the educational environment components education experts can work out the basic principles of the educational environment. Experts can utilize an

exploratory field research format that involves applying the data-collection method (studying relevant source materials, questionnaires, observations, and interviewing) to identify their key tasks and better understand the process of managing the educational environment of an institute. The obtained data is then analyzed in order to gain insight into the organizational environment and identify the factors that might affect and facilitate the work of educational managers. The final step is to work out a few guidelines for effective educational management; these recommendations might be used by practicing managers to create an organizational environment, which is optimally conducive to the needs of students and their instructors.

2. Manager's Role

Creating an effective and adaptable educational environment has always been a challenge for education experts. The development of the optimum educational environment requires direction and decisions from the experts who are in charge of the project. They should learn how to be successful *managers*. The society is made up of all kinds of organizations: large international companies and small national firms, public and private schools, colleges and universities, clinics and hospitals, etc. In all these organizations, there are people carrying out the work of a manager though they do not have that title. How do experts define the task of a manager? The author of seventeen books on management, Peter F. Drucker, described five basic operations that managers perform: they set objectives and decide how the organization can achieve them, they organize the work of the organization, they motivate other people and communicate with all levels of the organization, they also measure the performance of the organization, and, finally managers develop people including themselves [1]. Being “the dynamic, life-giving element of every business”, managers work on different levels and in different areas. Educational organizations employ education experts; their job is to provide specialized expert advice in the educational area. As an educational organization continues to grow, the number and role of such managers also increase. Although educational institutions are not-for-profit organizations, they must employ some management practices in order to develop and effectively achieve their goals.

General management focuses on the basic issues of managing any business and any organization. General educational management focuses on the fundamental educational management issues. Discipline-oriented educational management focuses on the management process for a specific discipline, e.g. foreign languages training. Educational management is now regarded as a separate field of management. It is obvious that it has its roots in the traditional management. Every manager whatever the organization (government, business, or university) has to perform the same basic functions:

- 1) managers working in the area of the educational environment elaboration must have the ability to take the lead; they provide the guidance and support for the team of educators to plan, organize and execute the project;
- 2) they must have the ability to direct the educational environment changes; they have to take the initiative for investigating and improving the environment components;
- 3) they must have the ability to innovate; they must know how to enable successful implementations of their strategic initiatives;
- 4) they must be responsible for the results, provided that they have the authority to make the decisions and actions to enable these results.

In other words, the educational management involves having the right leader (we can call him an education consultant) doing the right activities to provide the thorough analysis of the *status quo* and the appropriate changes that will improve the system and yield good results.

Experts emphasize that environment is of fundamental importance to the success and failure of any organization; therefore to be effective managers must have a clear understanding of their environment, how it influences their work and how they can influence and change it. Since any organization is an organ of the society, the analysis of the organization-environment relationships is essential for developing the manager's strategy.

3. Educational Environment

Let us consider an educational institution as an open-system organization. Such organizations input the resources (e.g. some material resources) from the external environment and output the products (e.g. educated specialists) into the external environment. Everything pertaining to the outside world that might affect the activities of an educational organization can be referred to as *the external environment*. This environment can be characterized as the true reality, in which the educational institution exists; it is

Information teaching technologies

beyond the efficient control from the inside. We can only try to investigate its influence on the organization's structure and activities.

On the other hand, *the internal environment* includes all interior elements within the organization. To work out the basic principles of the educational environment formation inside the institution we have to specify and analyse the following aspects:

- its structural components and their relations and contacts;
- the conditions existing within the system;
- the problems and challenges that managers face;
- its relationship with the external environment outside the institution.

The next question is: *What's more important for an education expert - to be inside-focused or outside-focused in his approach?* Clearly, we must find a good balance between these two approaches.

There exist various environment classifications, but none of them is complete – the enormous success of the information technologies and globalization are creating a new environment, which is ever-changing and flexible. So, we can use any classification as the basis for our analysis, and modify it to suit our needs. Some management experts characterize the external environment, as the system comprised of two basic segments: *the general environment and the task environment* [2]. In their opinion, the general environment is composed of several non-specific components: economic, socio-cultural, political-legal and international. The task environment is comprised of several specific elements of the organization's surroundings: customers, suppliers, partners, etc. The general environment components are shown in the Figure 1 below.

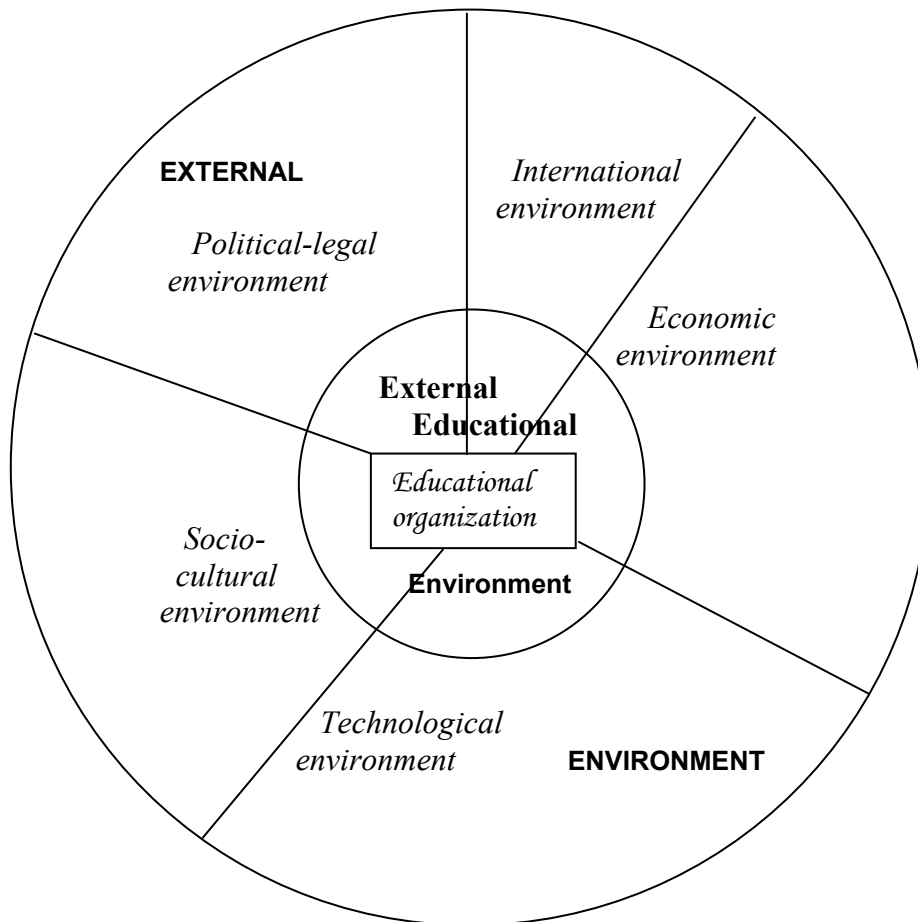


Figure 1. The general educational environment components

The external educational environment is not a separate segment of the general external environment, but as its core element. The inevitable consequence of scientific and technological progress is the advent of *the knowledge-based society*, thus education and training policies with the mission of making maximum use of available skills and abilities become central to this kind of society.

Information teaching technologies

Our next step is to analyze the dominant external educational environment trends and challenges that exist today:

- rapid technical progress;
- globalization;
- increased economic, political and scientific international cooperation;
- economic growth;
- workforce migration;
- demographic and socio-cultural changes, etc. [3].

We must face reality: the impact of technical progress and globalization on the external environment is great; they influence all general environment elements, lead to increased international cooperation, and to demographic and socio-cultural changes. This process results in new challenges that educators and students face, and new opportunities that they can use. It's obvious that all changes, which occur in the external environment due to the rapid technical progress and globalization have an effect on the educational environment, since knowledge and innovation are at the heart of the sustainable society development. They are the preconditions for economic growth and international cooperation; they are responsible for the improved quality of education.

Conclusion

Thus, everything comes full circle: the changes in the external environment meet in its core element – the educational environment. The educational environment, in turn, provides the resources, which are necessary for the successful development of modern society and for improving our living standards. In the 21st century educational managers should be concerned with the educational environment, which is under the constant influence of modern technological environment, globalization and the accompanying demographic and socio-cultural changes. No wonder that some educational managers suggest a closer relationship with the world of information technologies in developing educational programs – the integrated use of the tools, techniques and methods from various disciplines. This approach makes an educator think across, beyond and through the academic disciplines; the utilization of advanced technologies and global networking infrastructure must receive increased attention from education experts.

References

- [1] Drucker P.F. (1993) *The Practice of Management*. New York: HarperBusiness
- [2] Griffin R.F. (1990) *Management*. 3rd ed. Boston: Houghton Mifflin Company
- [3] Management: Past, Present, and Future (2005), *Engineering Management Review*, vol. 33, N.3, Third Quarter

Received on the 21st of May 2006

SOFTWARE FOR SIMULATION OF RETENTION LOSS IN MEMORY TRANSISTOR

R. AVICHAIL-BIBI¹, D. FUKS¹, A. KIV¹, YA. ROIZIN², T. MAXIMOVA¹,
 A. GOUTERNAKHT¹, V. SHTERNER¹

¹Department of Materials Engineering, Ben-Gurion University of the Negev,
 P.O.B. 653, Beer-Sheva, 84105, Israel

²Tower Semiconductor Ltd, Migdal Haemek 23105, Israel

A new simulation approach to study physical mechanisms of V_t shift in memory transistors is suggested. The corresponding software is developed on the basis of Molecular Dynamics (MD) algorithm. Testing of software showed its conformity to the studied problems. The correlations between parameters of charge carriers injected into Gate dielectric (GD) and physical characteristics of trapping media (TM) that provide a stable programming state are found. New physical effects accompanying the V_t shift of memory device are revealed. The obtained results are in agreement with experimental data.

Keywords: Molecular Dynamics, memory transistors

1. Introduction

ONO ($\text{SiO}_2\text{-Si}_3\text{N}_4\text{-SiO}_2$) stack with non-tunnel bottom oxide is the GD in two-bit per cell memory transistor. Information is stored as the charges injected into Nitride at the channel edges of the memory transistor. Programming is performed by channel hot electrons. Holes, created by band-to-band tunnelling in the drain region erase the programmed bit [1-3]. The device is read out in the “reverse” direction compared to programming.

Since in the programmed state of SONOS memory devices electrons are stored in silicon nitride layer, the data can be lost due to the electrons leakage from the injection region, IR [4]. As a result the programmed state threshold voltage, V_t decreases and V_t shift occurs. High temperature (HT) and room temperature (RT) V_t shift can be observed dependently on the bake temperature. A limited decrease of V_t (~50-100 mV) for one – time programming (OTP) cell was observed at the beginning of the relaxation process. Additional “fast” memory window loss (~250-500mV) happens after 10k-100k program-erase cycles. After the “fast” V_t shift that is characterized by low activation energy the long-term, V_t decrease with high activation energy (~1.8eV) is observed [5]. The instability of the erase state is also observed. In the case when the trapped holes leave IR the erased state threshold voltage increases in time.

One of the explanations of the programmed NROM V_t shift is that the data retention loss in the programmed state occurs because of the charge leakage in the Nitride according to Frenkel-Poole mechanism and bottom oxide trap-assisted tunnelling. This is similar to the vertical charge loss mechanism in standard SONOS memories [6,7]. Degradation of bottom oxide is considered as retention limitation also in polysilicon floating gate memories [8]. Bottom oxide degradation was also discussed for the two-bit per cell SONOS memories with thick tunnel oxide [9]. The high-energy carriers injected during the programming/erase operations are characterized by relatively high “effective temperature” [10] and may cause different device degradation processes [11-13]. Nevertheless the model that accounts only BOX degradation does not cover all experimental results. For example, it cannot explain the observed limited V_t decrease after cycling at high temperatures; it does not account the reported annealing of the hot carrier created traps, etc. [14,15].

It was found that at least for small (<1000) number of cycles the HT V_t shift is dominated by lateral spread of the charge carriers trapped in the nitride layer of ONO [10,14,24]. Lateral charge migration of electrons in silicon nitride in OTP regime was reported in [1, 3]. Location of the trapped charge carriers in the ONO of standard NROM devices is studied by charge pumping (CP) technique [17, using special test structures [16] and the sub-threshold slopes of memory transistor characteristics [18]. Direct observation of the trapped charges by scanning nonlinear microscopy is presented in [1].

In nanocrystal semiconductor memories the charge is stored in a discontinuous dielectric layer usually composed by separated silicon quantum dots (QD) embedded into silicon oxide [19]. Nowadays QD is a basic structure for creation of new electronic devices. A programming state of device is determined by the number of injected electrons in QD and by their stability in the trapped state.

If QD is an isolated and not very large atomic cluster, the number of electrons N in its potential well is a well-defined integer. In typical QD the number of electrons N changes only when electrons tunnel inward and outward the QD. This is typical for QD with the size < 10 nm. In the isolated QD of larger size the Coulomb blockade takes place and an extra energy is needed to add an electron into the dot. At the same time, various spin-related phenomena, such as spin blockade for example, are also observed in small QD [20]. Electron transport through the QD is determined by the correlation between the charging energy, E_C , the single electron level spacing, δ , and the coupling, G between the dot and the surrounding reservoir. An important feature of small QD is the well-resolved quantum levels [21]. The electronic states of QD can be modelled by “a particle in a potential box”. In this case an energy spectrum of QD is:

$$E_n = \frac{2\pi^2 \hbar^2 n^2}{m^* d^2}, \quad (1)$$

where \hbar , n , m^* and d are Planck constant, quantum number, effective mass of a charge carrier and a linear size of QD, respectively.

In spite of the importance of accounting the classical behavior of carriers in the GD it is clear that the quantum properties in their behaviour dominate. In such situation we need an approach allowing studying complex processes that occur in memory transistor and have to be described by quantum and classical equations. The corresponding software should be suitable for the investigation of the following processes and phenomena:

- ✓ The trapping and re-trapping of the carriers in the GD;
- ✓ The migration of the carriers in the dielectric with different types of the potential relief;
- ✓ The thermalization of hot carriers;
- ✓ The influence of internal and external fields on the migration of carriers;
- ✓ The influence of geometric factors on the redistribution of injected carriers in the GD.
- ✓ The influence of physical characteristics of the processes in memory device on its service parameters.

The adequate physical model and a simulation approach that are suitable to solve the indicated problems were developed and described in [22, 23]. The model allows obtaining correlation between the charge distributions in the dielectric and the device characteristics. It follows from this model that spatial profiles of injected carriers in GD of memory transistor are strongly influenced by their Coulomb interaction.

2. MD Simulation of the Behaviour of Carriers in GD of Memory Transistor

2.1. TWO-STEP MD MODELING

A novel simulation approach consists of the independent modelling on each of two steps of the simulation cluster design: (a) at the first step a fragment of classical crystal named a basic cluster (BC) is designed. BC is simulated using a standard MD calculation scheme; (b) the second step consists of the effective charges ascribing to atoms of BC. These charges create a potential relief (PR) for the migration of charge particles (electrons and holes). This approach opens a new possibility to design a PR for migration of carriers in different non-metallic substances.

To design the BC the equations of MD are being solved using the central difference scheme [22]. The atomic configurations in BC does not influence significantly on the PR in the model. A close-packed FCC lattice and potentials typical for such lattices were used in our case. BC has to satisfy only the following requirements:

- ✓ A crystal lattice has to be stable with respect to changes of boundary conditions corresponding to different device models.
- ✓ The BC has to be constructed in a way that provides its stability in the temperature range inherent to the real temperature conditions of memory device exploitation.
- ✓ The geometry and the sizes of BC have to correspond to analogous parameters of memory device.

The next step is a designing of the PR. PR for migration of injected charge carriers is formed by ascribing the effective charges to atoms in BC (basic atoms, BA). Effective charges on BA can be chosen so that the necessary values of potential wells and barriers will be provided. The important peculiarities of the model and of the computer program are following:

- ✓ We create separately the PR for electrons and holes ascribing different effective charges to BA in each case. Electrons feel only their PR and do not feel PR for holes. The analogous situation takes place for holes.

Solid state physics

✓ The trapping centres (TC) and scattering centres (SC) for electrons and holes are introduced by varying the depth of potential wells. It is clear that TC for electrons is SC for holes and vice versa.

✓ The ascribing the effective charges to BA do not influence the dynamics of BC. One can say that "BA do not know" that they are carriers of effective charges that determine the PR for electrons and holes.

✓ The injected charge particles are being considered as classical particles. Their elastic collisions with BA occur. According to the adiabatic approximation the values of pulse and kinetic energy that are transferred to BA by injected charge particles are negligible. Thus only the temperature of the injected particles changes practically (thermalization phenomenon).

✓ Coulomb forces determine the interaction of the injected charge particles, and the option of electron-hole recombination is foreseen.

✓ The quantum properties of injected electrons and holes are taken into account. Phenomenological description of the tunnelling effect consists in the introducing the probability of the penetration of particles through the potential barriers.

2.2. THE COMPUTER PROGRAM AND SIMULATION OF V_t SHIFT IN MEMORY DEVICE

The computer program allows varying the characteristics of injected carriers and properties of the GD. A visualization of the location of TC, SC and injected charges is available. The main advantages of the program are following:

✓ The simulated cluster may be crystalline or amorphous.

✓ The initial location of injected carriers can be varied on the whole length of the GD. Therefore we can observe the results connected with any initial location of injected carriers relatively the edges of n-p junctions.

✓ We can choose different scaling parameters for calculated diffusion profiles for the charge carriers.

✓ The high-k layers (HKL) in the GD can be modelled introducing the corresponding probabilities of tunneling through the upper and the top boundaries of GD.

✓ The program allows in addition: a) following the kinetics of the thermalization of injected hot carriers; b) studying the redistribution of injected carriers in the conditions of cycling; c) observing the bulk images of the GD in three projections.

✓ Simulation of the processes in the GD is in fact a computer experiment: the generators of the random numbers provide the possibility of the random change of initial profiles of injected carriers, spatial distributions of local centres and the action of the internal electric fields inherent to the working device.

In the program the correlation $\Delta Q \sim \Delta V_t$ is used, where ΔQ is a number of the electrons spreading from the injection region. Thus the results of the redistribution of injected carriers can be transformed by the program directly to the kinetics of V_t in conditions of the device exploitation.

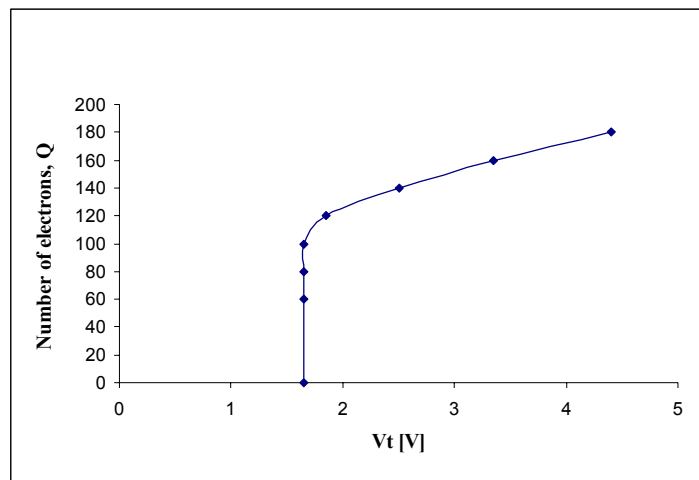


Figure 1. Illustration of the linear dependence between the number of electrons in the injection region and the threshold voltage of transistor, V_t

We used the original computer software "Memory" and "Grains" together with Device Simulator program "Medici"[24]. The spatial re-distributions of injected carriers in GD, obtained in "Memory" and "Grains" programs were used as the input data for the program "Medici", which gives a set of corresponding device parameters. Using the program "Medici" we confirmed the validity of the correlation $\Delta Q \sim \Delta V_t$ (See Figure 1).

3. New Physical Effects in GD of the Programmed Memory Transistor

In this section we demonstrate the results obtained using the developed software. We describe new physical effects that were revealed as a result of simulation of dynamics of electrons and holes accompanying the programming-erase operations in memory device.

3.1. PARASITIC PEAKS IN THE GD

The main part of the simulation study of physical mechanisms of HT V_t shift was a comparison of diffusion profiles of the programmed device at different bake conditions and at different regimes of programming. First, the upper limit of programming level was found. Analysis of the processes of spreading of injected carriers from the injection region showed that a strong correlation between the possible level of memory device programming and physical parameters of GD exists. This correlation is:

$$N_{traps} \sigma_{traps} N_{ie} = const (\omega_{tun}), \quad (2)$$

where N_{traps} is the density of traps, σ is the cross-section of trapping, N_{ie} is the density of injected electrons, and the constant to the right depends on the probability of tunnelling, ω_{tun} .

An expression (2) means that the number of injected electrons in the injected region is limited by the characteristics of TC and by their density. It was found that the temperature of injected electrons influence significantly on the value of $const (\omega_{tun})$. Coulomb interaction between injected electrons lowers the potential barriers in TC. This, in its turn, leads to the enhanced by Coulomb repulsion tunnelling and spreading of the injected electrons from the injection region [23]. The mentioned mechanism of the spreading of injected charges results in appearance of charge clusters in the bulk of GD. The charges located outside the injection region in lateral directions were observed in our simulations. They display themselves as aside peaks in the spatial distribution of the injected carriers (see Fig. 2) and were named parasitic peaks (PP) [22]. Later it was found that PP determine the service parameters of memory device in many practically important cases [25].

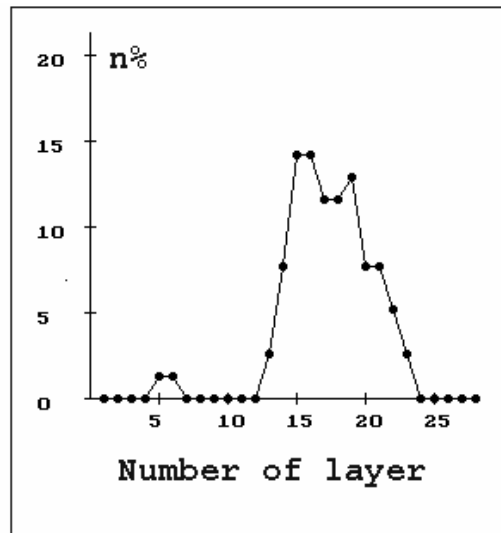


Figure 2. The redistribution of injected electrons after their injection during the programming operation. The vertical axis indicates the fraction (in %) of the whole number of injected electrons. The horizontal axis indicates the number of layer in the simulation cluster. On the left side of the main peak in the diffusion profile the formation of PP is seen

A non-Gauss spatial distribution of injected electrons in GD and a formation of PP are caused by the influence of the Coulomb fields on the migration processes of charged particles in GD.

3.2. DOUBLE-PROGRAMMING (DP) EFFECT IN MEMORY DEVICE

DP operation consists of two steps: a) the first programming (FP) and bake; b) the injection of additional electrons to reach the FP level and the next bake. DP reveals itself in the decrease of V_t shift after the second step as compared with the first one. A simple physical model is used to explain the DP effect [25]. During the programming operation the positive voltage is applied to the drain and to the gate while the source is grounded. The lateral electric field enforces the electrons to leave the source and to move towards the drain. Once the electrons gain enough energy, they overcome the energy barrier of the oxide layer and inject into the silicon nitride. The charge injected during the programming process is not accumulated in injection region by one pulse. The procedure of programming consisted of a series of pulses with the voltage increasing from 5 to 7V. At certain extent of programming, some of newly injected electrons start to scatter in lateral direction from the charge, already accumulated in the injection region. These electrons form PP that prevent the spreading of electrons from the injection region during the second programming operation.

3.3. PHASE TRANSITION OF PR IN ONO

We found that the activation energy for the carrier migration in GD is an effective value and depends on the density of traps in the case of their large density [26]. This is why the results obtained by different authors in some cases do not coincide. We performed the simulation study of the dependence of the activation energy on the density of traps up to $5 \cdot 10^{21}$ traps/cm³. In the region of critical density of traps $N_{traps}^* \approx 10^{20}$ traps/cm³ the PR sharply changes. The transformation of PR at $N_{traps} > N_{traps}^*$ was manifested by the sharp increase of activation energy for carriers migration.

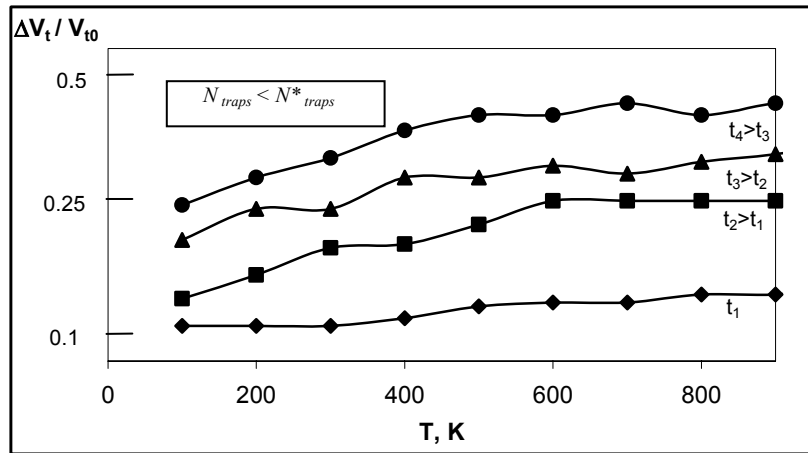


Figure 3. Temperature dependence of the relative change of the V_t shift on the bake temperature in the case $N_{traps} < N_{traps}^*$. The curves correspond to the different bake times. The estimated activation energy in the different computer experiments is $\sim 0.2 - 0.5$ eV. The relation $\Delta Q \sim \Delta V_t$ is used

We found a strong dependence of the PR transformation on the degree of the overlapping of the electron wave functions in the neighbour traps and on the value of potential wells of the individual traps. The overlapping of wave functions was modelled by changing the probability of tunnelling between the nearest traps. The typical results are shown in Figures 3 and 4.

The sharp increase of the depth of potential wells in PR of GD can be explained by the formation of a strongly disordered PR as a result of the random overlapping of the wave functions of traps. Thus in the case $N_{traps} > N_{traps}^*$ the Anderson localization is possible that determines the mobility of carriers. The increase of the role of this effect leads to the growth of activation energy for the carriers' migration. It should be mentioned that the exposition times, t_i are different in Figs. 3 and 4. In Fig. 4 these times are much longer than in Fig. 3.

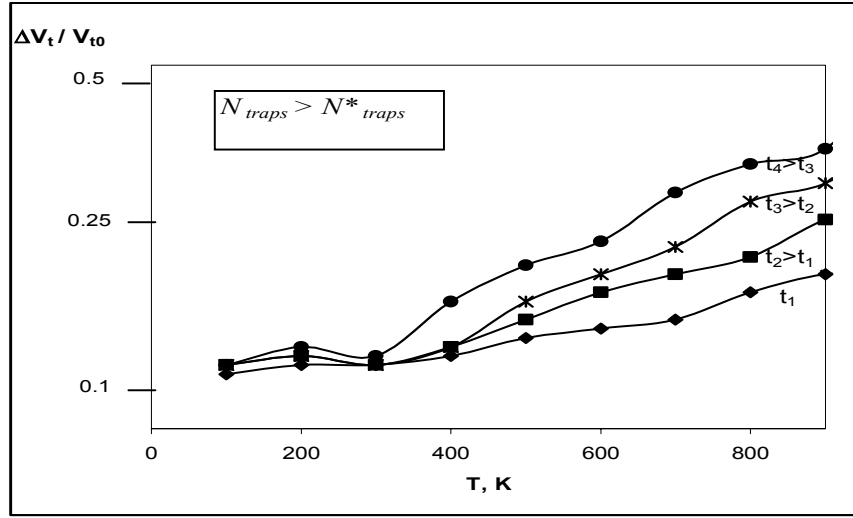


Figure 4. Temperature dependence of the relative change of the V_t shift on the bake temperature in the case $N_{traps} > N^*_{traps}$. The curves correspond to the different bake times. The estimated activation energy in the different computer experiments is $\sim 1.5 - 3.5$ eV. The correlation $\Delta Q \sim \Delta V_t$ is used

There is a long dispute on why there is no hopping conductivity in Silicon Nitride with the concentration of traps above 10^{20} cm^{-3} . The above considerations are one of the explanations (strongly disordered trap environment for high trap concentrations and, as a result, large fluctuations of deep trapping site energies, similar to the fluctuations of energy levels in strongly doped semiconductors). Another explanation of suppressed hopping conductivity is strong polaron effects connected with large amounts of hydrogen (Ref. [29]: M.Petersen, Y.Roizin, Appl.Phys.Lett. August, 2006)"

3.4. THE REGION OF EFFECTIVE RECOMBINATION.

Computer simulations reveal a formation of the region of effective recombination (RER) at the beginning of the erase process. RER is displayed in Fig.5. Using simulation results, we studied the role of RER in programming-erase operations. The maximal linear size of RER, l_R , in the direction parallel to the channel of transistor is a non-linear function of the shift between the peaks in the spatial distribution profiles for electrons and holes. l_R influences ultimately the final erase operation. In particular, the number of residual holes after erase operation is correlated with the magnitude of l_R . The formation of RER is determined by the initial charge profiles in the given operation, by the coefficients of diffusion of carriers and by the space distribution of traps. For the large enough l_R the number of residual holes is negligible. The shift between the electron-hole spatial distributions (in fact, the value l_R) is used in the computer simulation of the accumulation of residual holes during the cycling of memory device.

The processes of gradual accumulation of residual trapped electrons and holes cause the dependence of V_t shift on the number of cycles in conditions of cycling. In the beginning of each cycle the programming of memory device occurs in new initial conditions that are "prepared" by the previous history of the programming-erase processes. More details concerning the simulation of the cycled memory transistor are available in [23].

3.5. TWO LIMITS OF SCALING DOWN OF ONO STACK

We studied the retention properties of ONO with the top and the bottom high-k layers (HKL). The HKL was characterized by the relative fraction of carriers that can leave the GD.

In the case of ONO with HKL at the late stage of bake (in simulation procedure after ~ 10000 steps) we observed the increase of the fraction of spreading electrons, ΔQ , that means the sharp increase of V_t shift. This is explained by appearance of trapped charges in nitride located at the interface traps at the top boundary. The newly injected carriers scatter on these charges and begin to move in lateral direction. Later the amount of spreading electrons decreases. This effect is probably linked to the competition between the formation of located charges in PP and on the top interface traps of nitride. In Fig. 5 we demonstrate the behaviour of retention parameters of memory cell with HKL that hinders the penetration of 90 % of injected carriers' outward the nitride bulk. One can see that at the first stages the

existence of HKL improved significantly retention characteristics of the memory cell. But on some stage of bake the non-monotonous behaviour of retention characteristics takes place. Analysis of simulation results leads to conclusion that the properties of traps in the bulk and in the interface region are responsible for this effect. In the process of memory device exploitation an effect of the non-monotonous kinetics of retention characteristics of ONO memories with HKL may be expected.

Thus we claim that two limits of scaling down a memory cell exist. The upper one is caused by intensive scattering of injected carriers on trapping centres located between HKL and nitride. The lower one is linked to charge leakage caused by tunnelling current. The problem that should be solved is how to decrease the interval between these two limits.

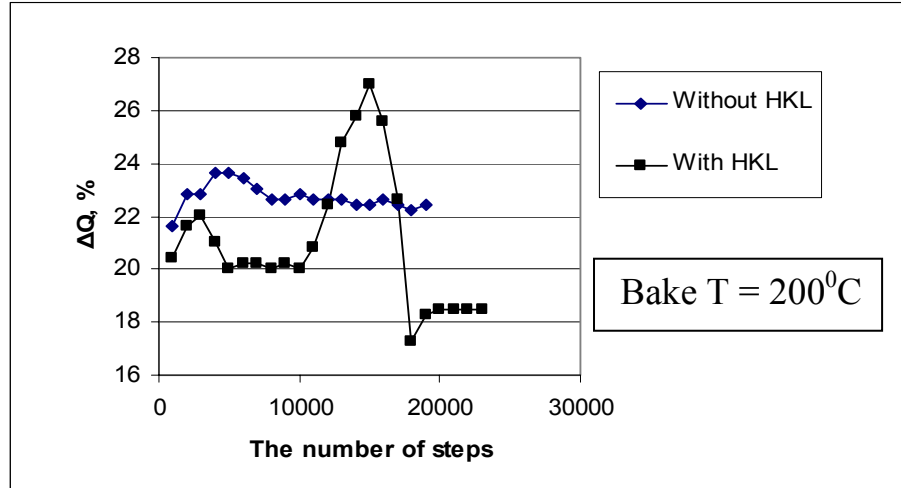


Figure 5. The relative number of electrons (in %) spreading from the injection region as a function of the number of steps (bake time) for two cases: ONO with and without HKL

3.6. EXTRINSIC COULOMB BLOCKADE (ECB) IN THE NANOCRYSTAL GD

In nanocrystal semiconductor memories the charge is stored in a discontinuous dielectric layer usually composed by separated silicon quantum dots (QD) embedded into silicon oxide. Using the mentioned approach and the developed software we studied the model GD that is silicon oxide with incorporated silicon nanoclusters as trapping centres. We designed the PR in which the internal part (IP) of silicon cluster corresponds to quasi-diamond like structure and the surface part (SP) of the cluster corresponds to quasi-disordered surface phase [27]. SP of silicon cluster contains a large density of dangling and stressed bonds.

The simulation results showed that a location of injected carriers at the traps of SP of the cluster creates an additional barrier for the electrons trapped in the IP of the Si dot. As a result the effective potential barrier for the escape of trapped carriers from the IP of the cluster increases. The effect of preventing the exit of trapped electrons from the IP of the cluster due to location of electrons in its SP was revealed in our simulations. This effect was named the extrinsic Coulomb blockade (ECB). The intrinsic Coulomb blockade (ICB) is a well known effect described in publications of many authors [28]. ICB limits the accumulation of injected carriers in silicon dots. The new ECB effect promotes the accumulation of injected carriers inside the cluster and provides the higher programming level.

4. Mathematical Testing of Computer Program

Analysis of the time dependences of HT V_t shift definitely shows two stages in its kinetics: “fast” V_t shift and long-term (“slow”) V_t shift. The “fast” V_t shift depends on the programming window $\Delta V = V_{t, high} - V_{t, initial}$ and is typically 50 mV – 300 mV for $\Delta V = 1-3$ V. At temperature $\sim 200^\circ\text{C}$ the “fast” period of V_t decrease lasts several hours [5, 17]. The “fast” relaxation period is followed by “slow” V_t decrease process with high activation energy ($\sim 1.8\text{eV}$) [14]. At the beginning of the relaxation process there is a limited decrease of V_t ($\sim 50-200$ mV) even for the one-time programmed cell. Additional “fast” memory window loss ($\sim 250-500\text{mV}$) is observed after 1k-100k program-erase cycles [5-7]. Our simulations were aimed to the study of the “fast” V_t shift. For this stage the fast spreading of injected carriers from the injection region is caused by the Coulomb repulsion of electrons injected into the injection region. We

started from the assumption that the number of spreading electrons $\Delta Q \sim Q$, where Q is the number of injected electrons. This correlation determines the exponential dependence of ΔQ on time, t . This dependence is analogous to the of radioactive decay law. In the latter case the statistical distribution of the time intervals between the two nearest decay events also satisfies the exponential law.

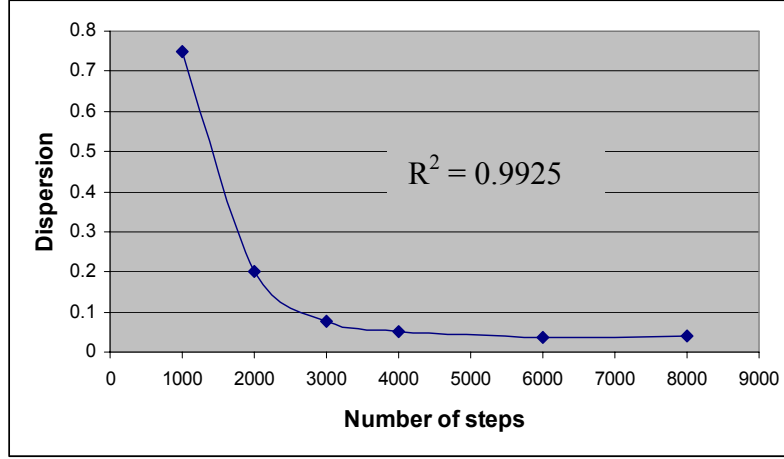


Figure 6. The dependence of the dispersion of time intervals, t_i between the two consecutive exits of electrons on the number of steps. For each number of steps, n the dispersion of t_i is calculated for the range $n \pm 100$

We tested the statistical distribution of the time intervals between the two consecutive exits of electrons from the injected region. The result presented in Figure 6 confirms the exponential distribution for these time intervals. This shows that the computer experiment based on the developed software reflects adequately physical processes in GD of memory device.

5. Discussion

The developed approach has the obvious advantages. They consist in the possibility to study simultaneously different processes that determine the V_t shift in memory devices. We solve this problem using the assumption of the "independent" existence of five subsystems:

- ✓ BC is a "carrier" of PR for electrons and holes and determines the vibration properties of PR.
- ✓ Effective charges on BA that determine PR for electrons.
- ✓ Effective charges on BA that determine PR for holes.
- ✓ Injected electrons with their temperature.
- ✓ Injected holes with their temperature.

The program admits limited interactions between subsystems. BC does not feel the existence of any charges. The interaction of BA with hot injected carriers is reduced to elastic collisions. Effective charges that create PR for electrons do not feel the charges that create PR for holes and vice versa. Injected electrons feel "their" PR and also TC from the PR for holes that play role of SC for electrons. The situation for injected holes is the opposite. The model allowed following the behaviour of each subsystem separately.

Quantum properties of the system are accounted by introducing the probability of tunnelling, ω . We choose the corresponding value ω proceeding from the knowledge about the kinetic energy of injected carriers. Such approach does not lead to quantitative results but can lead to principal qualitative results such as, for example, determination of two limits of scaling down of memory cell with HKL in the GD.

The next input parameter is the effective mass of charge particles. In the case on nanocrystal GD with silicon dots we used Eq. (1) to reduce the calculation volume [28]. The energy spectrum is invariable if the condition $m^*d^2 = \text{const}$ is provided. Therefore using this condition we can reduce the linear size of grain, d accordingly increasing the effective mass, m^* . Generally, for GD, including ONO, we choose effective masses of carriers to get suitable values of thermalization time, t_t . The next condition that determines effective masses is the necessity to limit the velocities of carriers that are accelerated by internal fields. The exchange by kinetic energy between electrons and holes leads to setting up of the common temperature during the relaxation time, t_e . In addition, we account that the time of relaxation of local thermal spikes have to be not too large, t_l . As a result the condition: $t_l > t_t > t_e$ has to be satisfied.

The model allows accounting the behaviour of dielectric constant, k at microscopic distances $\sim 2 - 15 \text{ \AA}$. Two features of k influence the behaviour of injected carriers:

- ✓ Dependence of k on the distance between charges at small distances;
- ✓ Dependence of k on the atomic structure of the dielectric.

The last case is accounted in nanocrystal GD in a special manner. As it was mentioned, the SP of silicon dots is a quasi-disordered phase with smaller density of atoms. It means that k decreases in the SP of cluster in the direction of boundary. These features of k cause unusual dependence of retention properties of memory cell on the programming level of device. In some cases this dependence is characterized by deep minimum.

Finally, the generators of random numbers of high quality allow performing simulations in accordance with real experimental studies. These generators provide the simulation of fluctuations of the spatial distributions and of the energy spectra for the TC and SC and also for electrons and holes in the dielectric media. We showed above that the statistical analysis adequately reflects physical processes in the model. In addition, numerous comparisons of simulation results with experiments also showed a good agreement and confirm the effectiveness of the model.

Conclusion

Novel software was developed that allows simulating processes responsible for V_t shift in memory device. The proposed model is based on the consideration of GD with injected carriers as several independent subsystems. The model and consequently the computer program admit only limited interaction between subsystems. Such design of the model led to possibility of detailed study of microscopic physical mechanisms that determine V_t shift.

Acknowledgments

This work was supported by the MAGNET program of the Chief Scientist Office at the Israeli Ministry of Industry and Trade, Consortium "Emerging Dielectrics and Conductor Technologies".

References

- [1] Honda K., Cho Y. (2004) Visualization of electrons and holes localized in the gate thin film of metal-oxide nitride-oxide semiconductor type flash memory by using scanning nonlinear microscopy. *MRS Symposium Proceedings* **803**, 4.2.1-4.2.7
- [2] Liang M.S. and Lee T.S. (1986) A Hot-Hole Erasable Memory Cell. *IEEE Electron Device Lett.* **7**, 463, Aug. 1986
- [3] Chu Y.L., Wu C.Y. (2000) A new observation of band-to-band tunneling induced hot-carrier stress using charge-pumping technique. *IEEE Electron Device Lett.* **21**, 123-126, Mar. 2000
- [4] Tsai W.J., Zous N.K., Liu C.J., Liu C.C., Chen C.H., Wang T., Pan S. and Lu C.Y. (2001) Data Retention Behavior of a SONOS type Two-bit Storage FLASH Memory Cell. *Electron Device Meeting, IEDM Technical Digest. International*. 32.6.1-32.6.4., Dec. 2001
- [5] Roizin Ya., Yankelevich A., Netzer Y. (2001) Novel technique for data retention and L_{eff} measurements in two bit microFLASH memory cells. *AIP Proceedings*. USA, 181-185
- [6] Yen C.C., Tsai W.J., Lu T.C., et al. (2003) Novel operation Schemes to Improve Device Reliability in a Localized Trapping Storage SONOS-type FLASH Memory. *Electron Devices Meeting, IEDM '03 Technical Digest. IEEE International*, 7.5.1 - 7.5.4, Dec. 2003
- [7] Wang T., Tsai W.J., Gu S.H., Chan C.T., Yeh C.C., Zous N.K., Lu T.C., Pan S., Lu C.Y. (2003) Reliability models of Data Retention and read-Disturb in 2-bit Nitride Storage FLASH Memory Cells (Invited Paper). *Electron Devices Meeting, 2003, IEDM '03 Technical Digest. IEEE International*, 7.4.1 - 7.4.4, Dec. 2003
- [8] Yih C.M., Cheng S.M., Chung S.S. (1998) A new approach to simulating n-MOSFET gate current degradation by including hot-electron induced oxide damage. *IEEE Trans. Electron Devices* **45**, 2343-2348, Nov. 1998
- [9] Zisman P., Roizin Ya., Gutman M. (2003) V_t drift of cycled two bit per cell microFLASH cells. *SSDM Proceedings*. Tokyo, Japan, 228-230, Sep. 2003
- [10] Vogelsang Th., Hansch W. (1991) The Electron High-Energy Distribution Function: A comparison of Analytical Models with Monte Carlo Calculations. *Journal of Applied Physics* **69**, 3592-3595, Mar. 1991

- [11] Ning T.H., Osburn C.M., and Yu H.N. (1997) Emission probability of hot electrons from silicon into silicon dioxide. *Journal of Applied Physics* **48**, 286-293, Jan.1977
- [12] Hu C., Tam S.C., Hsu F.C., Ko P.K., Chan T.Y., Terrill K.W. (1985) Hot-Electron-Induced MOSFET Degradation – Model, Monitor, and Improvement. *IEEE Solid-State Circuits* **20**, 295–305, Feb. 1985
- [13] Liang M.S., Chang C., Yang W., Hu C., Brodersen R.W. (1983) Hot carriers induced degradation in thin gate oxide MOSFETs. *Intern. Electron devices Meeting*, 186
- [14] Roizin Ya., Gutman M., Aloni E., Kayris V. and Zisman R. (2001) Retention Characteristics of microFLASH Memory. *Proc. IEEE Non-Volatile Memory Workshop*, Monterey, CA, 125-128
- [15] Janai M. (2003) Data Retention, Endurance and Acceleration Factors of NROM Devices. *IEEE International Reliability Physics Seminar*. USA, 502-503
- [16] Sim J.S., Lee Y.K., Lee J.D., Park B.G. (2003) Observation of the Lateral Redistribution of Locally Trapped Charge in SONOS Memory cells. *SMDL Annual Report*
- [17] Rosmeulen M., Crupi I., Houdt J.V., De Meyer K. (2003) Spatial characterization of the local charge-distribution in silicon-rich-oxide channel-hot-electron injection based nonvolatile-memory cells using the charge pumping technique,” *Proc. NVSMW*, Monterey, CA, 81–82, Feb. 2003
- [18] Roizin Ya., Daniel R., Greenberg S., Gutman M., Lisiansky M., Kairys V., Pikhay E., Zisman P., (2004) Interface Traps and Reliability Performance of *microFLASH*[®] Memory. *20th NVSMW. USA*, 85-87, 2004
- [19] Puglisi R.A., Lombardo S., Ammendola G., Nicotra G., Gerardi C. (2003) Imaging of Si Quantum Dots as Charge Storage Nodes. *Material Science and Engineering C* **23**, 1047-1051
- [20] Stoneham A. M., Fisher A.J., Greenland P.T. (2003) Optically driven silicon-based quantum gates with potential for high-temperature operation. *J. Phys.: Condense. Matter* **15**, L447-L451
- [21] Delerue C., Allan G. (2003) Theory of silicon nanocrystals. *Towards the First Silicon Laser*, NATO ASI Series. Kluwer Academic Publishers, 243-261 and references therein
- [22] Fuks D., Kiv A., Maximova T., Bibi R., Roizin Ya., Gutman M. (2002) Computer model of the trapping media in microFLASH memory cells. *Journal of Computer-Aided Materials Design* **9**, 21-32
- [23] Fuks D., Kiv A., Roizin Ya., Gutman M., Bibi R., Maximova T. (2006) The nature of HT V_t shift in NROM memory transistors. *IEEE Transactions on Electron Devices* **53**, 304-313
- [24] MEDICI. User Guide, Version 2003.12. Synopsys, December (2003)
- [25] Fuks D., Kiv A., Roizin Ya., Gutman M.. (2006) Computer simulation and experimental study of retention of SONOS device. *Computational Electronics* **5**, 49-52
- [26] Rudnikov T., Ostrovsky N., Fuks D., Kiv A., Bibi R., Roizin Ya., Gutman M. (2004) Behavior of injected charges in dielectric layers of memory devices. *Proceedings of the 2nd International Conference "Information technologies and Management*. Riga, Latvia, April, 2004, 69-74
- [27] Kiv A.E., Maximova T.I., Soloviev V.N. (2000) Microstructure of the relaxed (001) silicon surface. *Semiconductor Physics. Quantum Electronics & Optoelectronics* **3**, 195-200
- [28] Kiv A., Fuks D., Maximova T., Rudnikov T. (2004) Molecular Dynamics Simulation of Low-Dimensional Structures. *Proceedings of the 2nd International Conference Information technologies and Management*, Riga, Latvia, April, 2004, 43-53
- [29] Petersen M., Roizin Y. (2006) *Appl.Phys.Lett.* (in print)

Received on the 1st of June 2006

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «СИНТЕТИЧЕСКИХ» ТРАСС ПРИ ПРЕДСКАЗАНИИ ПЕРЕХОДОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

С. А. ОРЛОВ, Б. Я. ЦИЛЬКЕР

*Transport and Telecommunication Institute, Riga, Latvia
Lomonosova 1, Riga, LV-1019, Latvia
E-mail: tsilker@tsi.lv, sorlov@tsi.lv*

При разработке процессоров для современных вычислительных машин транспортных систем одним из кардинальных вопросов является выбор способа борьбы с проблемой переходов в конвейере команд. Таким способом, как правило, является один из алгоритмов предсказания переходов. Выбор наиболее эффективного из нескольких десятков известных алгоритмов осуществляется на основе результатов их моделирования при выполнении определенных программных приложений, представленных трассами этих приложений. Вследствие сильной зависимости точности предсказания от характера приложения, трасса которого используется в ходе исследований, первостепенное значение приобретает представительность трассы, т.е. то, в какой мере результаты, полученные на основе этой трассы, могут служить основанием для окончательного выбора алгоритмов. С этих позиций есть основания говорить, как минимум, о пяти классах программных приложений. Статистические показатели процессов, связанных с переходами в программах, для различных классов приложений существенно отличаются, что ведет и к расхождению оценок точности предсказания. В работе:

- предлагается концепция «синтетической» трассы, представляющей собой статистический эквивалент представительной смеси трасс, относящихся к разным классам программных приложений;
- высказываются соображения по созданию подобных трасс;
- приводятся результаты предварительных экспериментов, подтверждающие правомочность и перспективность предлагаемого подхода.

Ключевые слова: предсказание переходов, трасса программного приложения, точность предсказания

1. Введение

Предсказание переходов на сегодняшний день считается одним из наиболее эффективных способов борьбы с конфликтами по управлению в конвейерах команд. Идея состоит в том, что еще до момента выполнения команды перехода или сразу же после ее поступления на конвейер делается предположение о наиболее вероятном исходе такой команды (переход произойдет или не произойдет). Последующие команды подаются на конвейер в соответствии с предсказанием. Так, в 20-ступенчатом конвейере команд процессора Pentium 4 Northwood ошибка в предсказании может привести к «потере» до 20 тактовых периодов. Очевидно, что в Pentium 4 Prescott с 31-ступенчатым конвейером издержки будут соответственно больше. В то же время правильное предсказание позволяет получить существенный выигрыш в производительности.

К настоящему моменту известно несколько десятков различных алгоритмов предсказания переходов [6, 7, 9, 11, 12], отличающихся исходной информацией, на основании которой делается прогноз, сложностью реализации и, главное, точностью предсказания. Каждый из этих алгоритмов детально исследован, о чем свидетельствует большое количество публикаций. Обратим внимание на то, что в основе практически всех исследований лежит одна и та же методика: моделируется работа схем предсказания переходов при выполнении определенных программных приложений, представленных трассами этих приложений. Трасса формируется в процессе выполнения программы путем фиксации процессов, происходивших при выполнении каждой команды. Продуктом трассировки является файл, состоящий из последовательности записей, где каждой выполненной команде соответствует одна запись, а сами записи следуют в том же порядке, в котором выполнялись команды. Объем и перечень фиксируемых параметров в общем случае определяется исходя из целей, в которых данная трасса будет использоваться.

Наименьшие возражения вызывает заключительная часть методики исследования – воспроизведение схем предсказания переходов и анализ результатов. Как правило, для этой цели используется какая-либо из публично доступных инфраструктур моделирования. Применительно к задаче оценки точности предсказания переходов наибольшую популярность получила среда SimpleScalar [1], хотя в некоторых исследованиях используются и другие варианты.

2. Проблемы трасс программных приложений

Главные проблемы связаны с трассами программных приложений, служащими исходной базой для последующих выводов. Основной вопрос здесь – представительность трассы, т.е. в какой мере результаты, полученные на основе этой трассы, могут служить основанием для принятия решения об эффективности того или иного алгоритма предсказания перехода для всех возможных программных приложений. Отметим, что для такой постановки вопроса имеются достаточно веские основания. Попытаемся систематизировать основные возражения, связанные с этой частью методики исследования.

Во всех упоминавшихся исследованиях отмечается, что получаемые показатели точности предсказания, помимо применяемого алгоритма предсказания, в не меньшей мере зависят от характера приложения, трасса которого выступает в качестве исходной базы для эксперимента. При разработке новых процессоров (за исключением специализированных) не оговаривается, что данный процессор предназначен только для определенного класса приложений. Это означает, что закладываемый в процессор механизм предсказания должен давать достаточно «хорошие» результаты независимо от выполняемого приложения. С этих позиций есть основания говорить, как минимум, о пяти классах программных приложений [4, 8]:

- INT – приложения, связанные в основном с целочисленными вычислениями;
- FP – приложения, где основную вычислительную нагрузку составляет обработка вещественных чисел (чисел в форме с плавающей запятой);
- MM – приложения, которые можно условно назвать мультимедийными (работа с видео- и аудиоинформацией);
- SERV – серверные приложения (например, WEB-приложения);
- COMM – коммерческие приложения (например, задачи, связанные с банковскими транзакциями).

Как показано в [4, 8] статистические показатели процессов, обусловленных переходами в программах, для различных классов приложений существенно отличаются, что ведет и к расхождению оценок точности предсказания для одних и тех же алгоритмов предсказания.

В подающем большинстве исследований применявшиеся трассы представляли лишь классы INT и FP. Наиболее часто использовались трассы программ, входящих в различные версии тестовых пакетов SPEC, в частности, пакетов SPEC_89, SPEC_92, SPEC_95 и CPU2000. Иногда за основу брались трассы других программ. Так, в работе [11] использовались шесть тестовых программ, написанных на языке Фортран (ADVAN, GIBSON, SCI2, SINCOS, SORTST, TBLINK). Известны случаи использования иных пакетов трасс, но и они, как правило, также представляют классы INT и FP. Характерно, что даже в рамках такой «узкой» постановки задачи проявляется большая зависимость результатов от характера той или иной анализируемой программы. Более того различия в получаемых оценках ощутимы и в рамках приложений, относимых к одному и тому же классу, например, INT или FP. Как одну из попыток более качественного учета особенностей программных приложений, относящихся к разным классам, следует упомянуть инициативу Championship Branch Prediction (CBP) [5]. Здесь исследователям предлагаются подготовленные организаторами трассы 20 реальных программных приложений совместно с инфраструктурой моделирования. Приложения представляют 4 класса (INT, FP, MM и SERV) и разбиты на группы по 5 трасс в каждом классе. Первые две группы – это трассы для бенчмарков SPECint и SPECfp, но без уточнения, какие из программ были выбраны из возможных 26 программ. Две оставшиеся группы представляют программы, характерные для мультимедийных и серверных приложений, также без указания источника. Каждая трасса содержит порядка 30 миллионов команд. Как показали исследования [8], статистические показатели в значительной мере зависят от характера приложений (рис. 1).

Information technologies

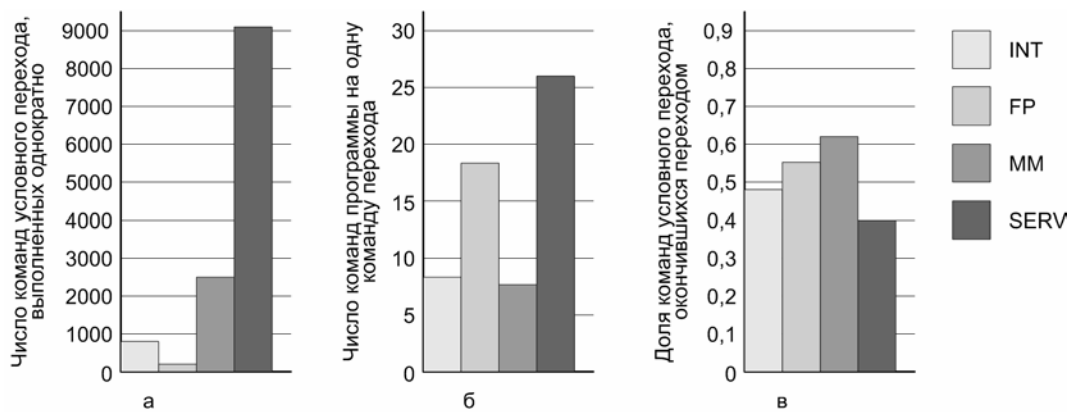


Рис. 1. Статистические данные по трассам СВР: а – количество команд условного перехода, которые в ходе программы выполнялись лишь однократно; б – количество команд, приходящихся на одну команду перехода; в – доля команд условного перехода, завершившихся переходом [8]

Вторая проблема, касающаяся трасс, связана с трудоемкостью их формирования. Необходимыми для этого ресурсами обычно обладают лишь фирмы, занимающиеся разработкой процессоров, а прочим исследователям приходится базироваться на трассах, любезно предоставляемых разработчиками. В этих условиях трассы, используемые в качестве исходной точки для оценки точности предсказания переходов, несут в себе особенности системы команд процессоров фирмы, предоставившей трассы, а также операционной системы, применяемых компиляторов, среды моделирования и других факторов, характерных для данной фирмы. В частности, большинство из применяемых трасс ориентированы на процессоры типа 80x86. В этих условиях достаточно трудно оценить, насколько выводы, полученные на основе таких трасс, будут всеобъемлющими.

Наибольшее сомнение вызывает использование в качестве критерия эффективности того или иного метода предсказания переходов средние значения точности, полученные в ходе исследований. Это находит свое отражение в больших различиях средних значений точности, полученных для одних и тех же алгоритмов предсказания. Скорее всего, такое различие обусловлено выбором использованных трасс. Более объективным показателем можно считать минимальные и максимальные значения точности предсказания среди всех опубликованных результатов исследований. Такая информация, почерпнутая авторами из доступных источников, приведена на рис. 2.

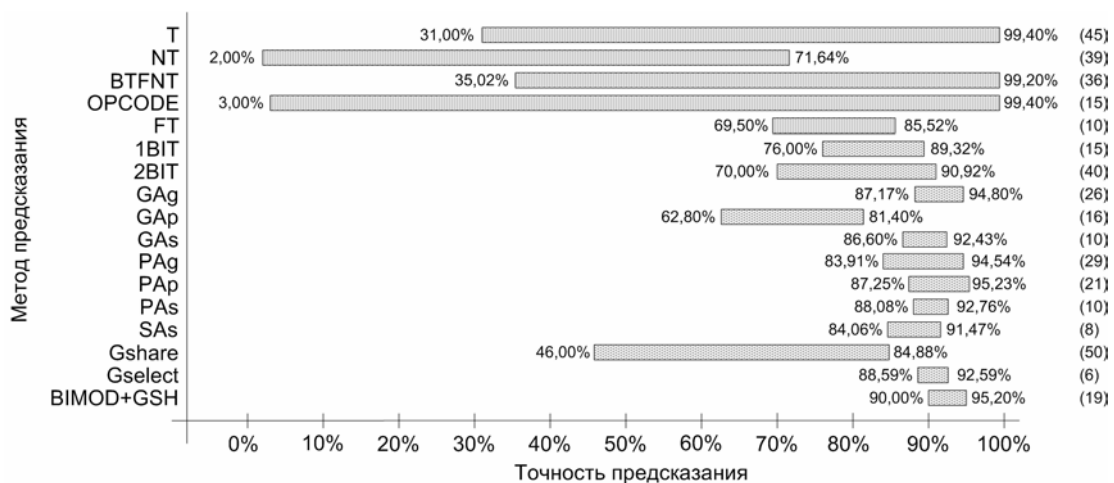


Рис. 2. Диапазоны точности предсказания для различных алгоритмов (по опубликованным результатам исследований)

На рис. 2 использованы общепринятые обозначения алгоритмов предсказания. В скобках указано количество трасс, на основании которых получены соответствующие показатели. Приведенные графики, с одной стороны, подтверждают достаточно очевидные предположения, например, о более высокой эффективности динамических методов предсказания по сравнению со статическими. С другой стороны, они иллюстрируют невозможность однозначного выбора

наилучшего алгоритма. Отметим, что опубликованные данные характерны лишь для трасс классов INT и FP (без дифференциации последних). Возможно, что в случае учета трасс, характерных для остальных классов, результаты могут существенно видоизмениться. Это косвенно подтверждают выводы, приведенные в [4, 8].

3. Синтез синтетических трасс

Резюмируя сказанное, можно констатировать, что при сохранении общепринятой методики исследований трудно ожидать более или менее объективной оценки эффективности того или иного метода предсказания переходов. Прежде всего должна быть решена проблема трасс, используемых в качестве отправной точки исследований.

В качестве возможного способа решения этой проблемы предлагается концептуально иной подход к формированию исходных данных для моделирования различных алгоритмов предсказания. Предлагаемая идея близка к идее синтетических бенчмарков, где роль рабочей нагрузки при оценке производительности вычислительных систем играет смесь команд, статистически подобная реальным программным приложениям. По этой причине авторы решили условно назвать предлагаемый подход методом «синтетической» трассы. Сразу оговорим, что идея рассматривается лишь концептуально. Осуществленная практическая проверка позволяет делать только предварительные выводы о правомочности идеи и ее реализуемости.

Суть подхода сводится к тому, что вместо трассы реального программного приложения используется файл «синтетической» трассы. Главная особенность «синтетической» трассы состоит в том, что она формируется исходя из статистических данных, полученных путем анализа выбранной совокупности реальных трасс. Выбор такой совокупности может быть произведен исходя из соображений представительности, то есть того, в какой степени данный набор трасс способен представить весь спектр возможных программных приложений. Важным моментом здесь является то, что среднестатистические данные следует получать не осреднением данных по отдельным трассам, а путем накопления по всем трассам совокупности трасс. Именно такой подход дает основание считать создаваемую по этим данным «синтетическую» трассу представительной.

В действительности, «синтетическую» трассу лишь условно можно назвать трассой. На самом деле этот файл представляет собой статистический аналог представительной совокупности реальных программных приложений. На практике «синтетическая» трасса представляет собой массив записей фиксированной длины, где каждая запись соответствует одной команде, связанной с переходом. Общее количество записей определяется исходя из имитируемого количества выполняемых команд и статистически определенного количества команд, приходящихся на одну команду перехода. Запись состоит из нескольких полей, отображающих определенные характеристики, имеющие значение при исследовании алгоритмов прогнозирования. По своей структуре она близка к той, что используется при компрессии файлов трасс [2]. Поскольку в настоящей работе дается лишь концептуальное изложение идеи, то в первом приближении может быть предложена следующая структура записи «синтетической» трассы (табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. Сравнение точности предсказания, полученной на основе «реальных» и «синтетических» трасс

Поле	Размер в байтах
Адрес команды перехода	4
Адрес точки перехода	4
Количество повторных исполнений команды	1
Количество исполнений команды, завершившихся переходом	1
Тип команды (безусловный переход, условный переход, вызов подпрограммы, возврат из подпрограммы)	1

Приведенный перечень ни в коей мере нельзя считать исчерпывающим. С учетом особенностей предикторов возможно добавление других полей.

Особенность «синтетической» трассы состоит в том, что при ее создании все поля заполняются автоматически случайными числами. Формирование этих чисел для каждого поля производится, исходя из статистических характеристик соответствующего параметра, полученных, как уже отмечалось раньше, в процессе анализа представительной совокупности «реальных» трасс. Кроме того, при наличии соответствующей статистики возможен учет и корреляционной связи между командами переходов [10].

4. Валидация предлагаемого подхода

В ходе проверки правомерности и реализуемости предлагаемого подхода было проведено моделирование нескольких методов предсказания переходов с использованием «синтетической» трассы. Результаты моделирования сравнивались с опубликованными результатами исследований на основе трасс реальных программных приложений. Для обеспечения сопоставимости результатов «синтетические» трассы формировались исходя из статистической информации, полученной в тех исследованиях, с результатами которых проводилось сравнение. Ввиду статистической эквивалентности исходных данных в качестве критерия было принято возможным использовать среднюю точность предсказания. Результаты моделирования приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. Сравнение точности предсказания, полученной на основе «реальных» и «синтетических» трасс

Метод предсказания переходов	Среднее значение точности предсказания, %	
	«реальные» трассы	«синтетические» трассы
T	65,00	66,39
OPCODE	75,00	76,22
BTFNT	65,00	64,32
2BIT	92,00	91,38
GSHARE	97,00	94,49
GAp	93,50	91,53
GAs	94,85	92,15
PAG	96,50	95,91
PAP	97,00	96,57
PAs	94,17	93,14
Bimod_Gshare	97,50	96,07

Как видно, в полученных результатах сохраняются основные тенденции, выявленные при использовании трасс реальных приложений, и это дает определенное основание считать предложенный подход оправданным.

5. Преимущество предлагаемого подхода

В заключение отметим еще одно преимущество «синтетических», касающееся большого объема файлов, представляющих «реальные» трассы. Как показывает практика, более объективную картину можно получить только при анализе приложений, где количество выполняемых команд достаточно велико. Это, безусловно, отрицательно отражается на размере трассы и ее анализе. Для сокращения размера файлов трасс иногда применяют различные методы компрессии [2]. В этом плане «синтетическая» трасса аналогична «сжатой» реальной трассе.

Литература

- [1] Austin, T., Larson, E., and Ernst, D. SimpleScalar: (2000) An Infrastructure for Computer System Modeling. *IEEE Micro Magazine*
- [2] Barr, K.C., Asanović, K. (2006) Branch Trace Compression for Snapshot-Based Simulation. *IEEE International Symposium on Performance Analysis of Systems and Software (ISPASS-2006)*, Austin, TX, March 2006
- [3] Chang, P.Y., Hao, E., Yeh, T.Y., Patt, Y. (1994) Branch Classification: a New Mechanism for Improving Branch Prediction Performance. *Proceedings of the 27th ACM/IEEE International Symposium on Microarchitecture*. Dec. 1994, 22–31
- [4] Hilgendorf, R.B., Heim, G. J., and Rosenstiel, W. (1999) Evaluation of branch-prediction methods on traces from commercial applications", *IBM Journal of Research and Development* **43**, No. 4
- [5] *The 1st JILP Championship Branch Prediction Competition (CBP-1)* – <http://www.jilp.org/cbp>
- [6] Lee, J., Smith, A. (1984) Branch Prediction Strategies and Branch Target Buffer Design. *IEEE Computer* **17** (1), 6–21
- [7] Lick K., Tyson, G. (1996) Hybrid branch prediction using limited dual path execution. *Technical report*. University of California, Riverside, Riverside, CA, July 1996
- [8] Loh, G.H. (2005) Simulation Differences Between Academia and Industry: A Branch Prediction Case Study. In: *The International Symposium on Performance Analysis of Software and Systems (ISPASS)*, Austin, TX, USA, March 20, 2005, 21-31

- [9] McFarling, S. (1993) Combining Branch Predictors. *WRL Technical Note TN-36*. Digital Equipment Corporation, Palo Alto, CA
- [10] Nair, R. (1995) Dynamic Path-Based Branch Correlation. *In: Proceedings of the 28th Annual International Symposium on Computer Microarchitecture*, 1995, 15-23
- [11] Smith, J.E. (1981) A study of branch prediction strategies. *In: Proceedings of the 8th Annual International Symposium on Computer Architecture*, 1981, 135-148
- [12] Yeh, T.Y., Patt, Y. N. (1993) A Comparison of Dynamic Branch Predictors That Use Two Levels of Branch History. *In: Proceedings of the 20th Annual International Symposium on Computer Architecture*, 1993, 257-266

Received on the 1st of June 2006

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОСОБЫМИ УЧАСТКАМИ

О.И. КОСТЮКОВА, М.А. КУРДИНА

*Институт математики НАН Беларуси,
ул. Сурганова, 11, Минск, Беларусь, kostyukova@im.bas-net.by*

Работа посвящена исследованию свойств решений линейно-квадратичных задач в окрестности регулярного параметра в случае, когда оптимальное управление имеет особые участки. Показано, что если известно решение при фиксированном значении регулярного параметра, то при его малом изменении структура решения не изменяется, а нахождение решений возмущенных задач сводится к решению соответствующих систем нелинейных уравнений, конкретный вид которых определяется структурой. Теоретические результаты подтверждены численным экспериментом.

Ключевые слова: возмущенные задачи, оптимальное управление, особые участки

1. Введение

В настоящее время исследование свойств решений параметрических задач оптимального управления (ОУ) являются предметом активных исследований, поскольку такие задачи возникают во многих приложениях, в том числе в таких областях, как экономика, медицина, ядерная энергетика, робототехника и др. Информация о зависимости решений задач от параметров позволяет осуществить быструю корректировку оптимального управления при малых изменениях параметра. Также свойства решений параметрических задач используются для построения управлений типа обратной связи при управлении динамическими системами с неопределенностями. Такие задачи исследовались авторами ранее, но исходя из предположения, что оптимальное управление является релейным [1, 2]. В данной работе допускается наличие особых участков.

2. Постановка задачи

В классе измеримых функций $u(t)$, $t \in T = [0, t_*]$ рассмотрим семейство параметрических задач оптимального управления $OO(\varepsilon)$, $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$:

$$OO(\varepsilon): \begin{cases} \frac{1}{2} \int_0^{t_*} x^T(t) D(\varepsilon) x(t) dt \rightarrow \min, \\ \dot{x}(t) = A(\varepsilon)x(t) + b(\varepsilon)u(t), \quad x(0) = x_0(\varepsilon), \\ H(\varepsilon)x(t_*) = g(\varepsilon), \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T, \end{cases} \quad (1)$$

где ε – параметр семейства, $E(\varepsilon_0) = [\varepsilon_0 - \delta, \varepsilon_0 + \delta]$, ε_0 – фиксированное число, $\delta > 0$ – достаточно малое число; $x = x(t)$ – n -вектор состояния, $u = u(t)$ – скалярное управление; $D(\varepsilon) = D^T(\varepsilon) \geq 0$, $A(\varepsilon) \in R^{n \times n}$, $b(\varepsilon) \in R^n$, $H(\varepsilon) \in R^{m \times n}$, $x_0(\varepsilon) \in R^n$, $g(\varepsilon) \in R^m$ – заданные достаточно гладкие функции параметра ε , $b^T(\varepsilon_0)D(\varepsilon_0)b(\varepsilon_0) \neq 0$.

Для фиксированного значения параметра ε понятия допустимого $u_\varepsilon(\cdot) = (u_\varepsilon(t), t \in T)$ и оптимального $u_\varepsilon^0(\cdot) = (u_\varepsilon^0(t), t \in T)$ управлений в задаче $OO(\varepsilon)$ вводятся стандартно [3]. При

$\varepsilon = \varepsilon_0$ задачу $O\dot{O}(\varepsilon_0)$ будем называть *невозмущенной* задачей. Задачи $O\dot{O}(\varepsilon)$ при $\varepsilon \in E(\varepsilon_0) \setminus \varepsilon_0$ будем называть *возмущенными*.

Будем считать, что для невозмущенной задачи выполняется следующее.

Предположение 1 (обобщенное условие Слейтера). Существует число $\delta > 0$ такое, что для любого вектора $\Delta g \in R^m$, $\|\Delta g\| \leq \delta$ найдется такое управление $u_{\varepsilon_0}(\cdot)$, при котором вдоль него и соответствующей ему траектории $x_{\varepsilon_0}(\cdot)$ выполняются соотношения:

$$|u_{\varepsilon_0}(t)| \leq 1, \quad t \in T, \quad H(\varepsilon_0)x_{\varepsilon_0}(t_*) = g(\varepsilon_0) + \Delta g.$$

Пусть задача (1) решена для некоторого фиксированного значения параметра $\varepsilon = \varepsilon_0$. Требуется найти решение задач $O\dot{O}(\varepsilon)$, $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$, используя известное решение задачи $O\dot{O}(\varepsilon_0)$.

Исследуем свойства решений задачи $O\dot{O}(\varepsilon)$ при фиксированном ε . Для этого сформулируем необходимые определения и обозначения. Предположим, что задача $O\dot{O}(\varepsilon)$ имеет решение. При фиксированном $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$ справедлив [4, 5].

Принцип максимума. Пусть выполняется предположение 1 и $u_{\varepsilon}^0(\cdot)$, $x_{\varepsilon}^0(\cdot)$ – оптимальные управление и траектория задачи $O\dot{O}(\varepsilon)$. Тогда существует такой m -вектор $y(\varepsilon)$, что вдоль решения $\psi_{\varepsilon}^0(t)$, $t \in T$, сопряженной системы

$$\dot{\psi}(t) = -A^T(\varepsilon)\psi(t) + D(\varepsilon)x_{\varepsilon}^0(t), \quad \psi(t_*) = H^T(\varepsilon)y(\varepsilon), \quad (2)$$

выполняются соотношения

$$\psi_{\varepsilon}^{0T}(t)b(\varepsilon)u_{\varepsilon}^0(t) = \max_{|u| \leq 1} \psi_{\varepsilon}^{0T}(t)b(\varepsilon)u, \quad t \in T. \quad (3)$$

Рассмотрим оптимальное управление $u_{\varepsilon}^0(\cdot)$ и соответствующую ему траекторию $x_{\varepsilon}^0(\cdot)$ задачи (1). Обозначим через $Q(\varepsilon)$ множество всех векторов $y(\varepsilon)$, удовлетворяющих (2)–(3). Выберем один из векторов $y(\varepsilon) \in Q(\varepsilon)$, найдем соответствующее ему решение $\psi_{\varepsilon}^0(t)$, $t \in T$, сопряженной системы (2) и построим функцию переключения

$$\Delta_{\varepsilon}(t) = \psi_{\varepsilon}^{0T}(t)b(\varepsilon), \quad t \in T. \quad (4)$$

Обозначим $\psi_0(\varepsilon) := \psi_{\varepsilon}^0(0)$.

Из принципа максимума следует, что оптимальное управление будет удовлетворять соотношениям

$$u_{\varepsilon}^0(t) = \text{sign } \Delta_{\varepsilon}(t), \quad \text{если } \Delta_{\varepsilon}(t) \neq 0, \quad u_{\varepsilon}^0(t) \in [-1, 1], \quad \text{если } \Delta_{\varepsilon}(t) \equiv 0, \quad t \in T.$$

Следовательно, оптимальное управление, в общем случае, может принимать как критические значения ± 1 . Вместе с тем могут существовать также и участки, где управление лежит между границами. Это означает, что функция переключения (4) имеет изолированные нули, а также существуют особые участки, где функция переключения обращается тождественно в нуль:

$$\Delta_{\varepsilon}(t) \equiv 0, \quad t \in T_i(\varepsilon) = [\tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon)] \subset T, \quad \tau_i(\varepsilon) < \tau^i(\varepsilon), \quad i = 1, \dots, p(\varepsilon).$$

Здесь $p(\varepsilon)$ – количество отрезков $T_i(\varepsilon)$, где функция переключения обращается тождественно в нуль. Далее без ограничения общности будем считать, что $\tau_1(\varepsilon) > 0$, $\tau^{p(\varepsilon)}(\varepsilon) < t_*$.

Обозначим через $t_{ij}(\varepsilon)$, $j = 1, \dots, s_i(\varepsilon)$, $i = 0, \dots, p(\varepsilon)$, изолированные нули функции переключения, которые упорядочим следующим образом:

$$\tau^i(\varepsilon) < t_{ij}(\varepsilon) < t_{i,j+1}(\varepsilon) < \tau_{i+1}(\varepsilon), \quad j = 1, \dots, s_i(\varepsilon) - 1, \quad i = 0, \dots, p(\varepsilon),$$

$$\tau^0(\varepsilon) \equiv 0, \quad \tau_{p(\varepsilon)+1}(\varepsilon) \equiv t_*.$$

Будем предполагать, что $p(\varepsilon) < \infty$, $s_i(\varepsilon) < \infty$, $i = 0, \dots, p(\varepsilon)$.

Отметим, что если $p(\varepsilon) \neq 0$, то с учетом предположения 1 можно показать, что $|Q(\varepsilon)| = 1$, другими словами, существует единственный вектор $y(\varepsilon)$, удовлетворяющий условиям (2)–(3). Далее будем считать, что $p(\varepsilon) \geq 1$. Случай $p(\varepsilon) = 0$ (когда управление релейное) исследуется по аналогии с [2].

$$\text{Положим } T_*(\varepsilon) = \bigcup_{i=1}^{p(\varepsilon)} [\tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon)], \quad P(\varepsilon) = \{0, 1, \dots, p(\varepsilon)\}.$$

Определение 1. Значение параметра ε и оптимальное управление $u_\varepsilon^0(\cdot)$ будем называть регулярными, если выполняются следующие соотношения:

$$\Delta_\varepsilon(0) \neq 0, \quad \Delta_\varepsilon(t_*) \neq 0, \quad |u_\varepsilon^0(t)| < 1, \quad t \in \bigcup_{i=1}^{p(\varepsilon)} [\tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon)], \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Delta_\varepsilon(\tau)}{\partial t} \neq 0, \quad \tau \in \{t_{ij}(\varepsilon), j = 1, \dots, s_i(\varepsilon), i = 0, \dots, p(\varepsilon)\}.$$

Положим $l_i(\varepsilon) = u_\varepsilon^0(\tau^i(\varepsilon) + 0)$, $i \in P(\varepsilon)$. Рассмотрим совокупности параметров

$$S(\varepsilon) = \{p(\varepsilon), l_i(\varepsilon), s_i(\varepsilon), i \in P(\varepsilon)\},$$

$$\Theta_*(\varepsilon) = \{t_{ij}(\varepsilon), j = 1, \dots, s_i(\varepsilon), i \in P(\varepsilon), \tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon), i = 1, \dots, p(\varepsilon)\},$$

$$\Theta(\varepsilon) = \{\Theta_*(\varepsilon), \psi_0(\varepsilon), y(\varepsilon)\}.$$

Определение 2. Множества $S(\varepsilon)$ и $\Theta(\varepsilon)$ назовем структурой и определяющими элементами задачи $OO(\varepsilon)$ соответственно.

Далее будет показано, что указанные множества $S(\varepsilon)$ и $\Theta(\varepsilon)$ являются конечным набором данных, по которому однозначно восстанавливается управление $u_\varepsilon^0(\cdot)$ задачи $OO(\varepsilon)$ и проверяется его оптимальность.

3. Свойства решений невозмущенных задач $OO(\varepsilon_0)$

Пусть для некоторого значения параметра $\varepsilon = \varepsilon_0$ задача $OO(\varepsilon_0)$ имеет оптимальное регулярное управление $u_{\varepsilon_0}^0(\cdot)$ со структурой и определяющими элементами

$$S(\varepsilon_0) = \{p(\varepsilon_0), l_i(\varepsilon_0), s_i(\varepsilon_0), i \in P(\varepsilon_0)\}, \quad (6)$$

$$\Theta_*(\varepsilon_0) = \Theta_*^0 = \quad (7)$$

$$\{t_{ij}(\varepsilon_0) = t_{ij}^0, j = 1, \dots, s_i(\varepsilon_0), i \in P(\varepsilon_0), \tau_i(\varepsilon_0) = \tau_i^0, \tau^i(\varepsilon_0) = \tau^{i0}, i = 1, \dots, p(\varepsilon_0)\},$$

$$\Theta(\varepsilon_0) = \Theta^0 = \{\Theta_*(\varepsilon_0), \psi_0(\varepsilon_0), y(\varepsilon_0)\}.$$

Положим, $p = p(\varepsilon_0)$, $P = P(\varepsilon_0)$, $s_i = s_i(\varepsilon_0)$, $l_i = l_i(\varepsilon_0)$, $i \in P$;

$$S_i = \{0, \dots, s_i + 1\}, \quad i = 1, \dots, p-1, \quad S_0 = \{1, \dots, s_0 + 1\}, \quad S_p = \{0, \dots, s_p\} \quad (8)$$

Согласно принципу максимума имеем:

$$u_{\varepsilon_0}^0(t) = (-1)^j l_i, \quad t \in [t_{ij}^0, t_{ij+1}^0], \quad j = 0, \dots, s_i, \quad i \in P, \quad (9)$$

$$\Delta_{\varepsilon_0}(t) = 0, \quad t \in \{t_{ij}^0, \quad j = 1, \dots, s_i, \quad i \in P\}, \quad \Delta_{\varepsilon_0}(t) \equiv 0, \quad t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}], \quad i = 1, \dots, p.$$

Здесь и далее будем считать, что:

$$t_{i0}(\varepsilon) \equiv \tau^i(\varepsilon) + 0, \quad t_{is_i(\varepsilon)+1}(\varepsilon) \equiv \tau_{i+1}(\varepsilon) - 0, \quad i = 0, \dots, p(\varepsilon).$$

Тождества из (9) эквивалентны соотношениям

$$\ddot{\Delta}_{\varepsilon_0}(t) = (\psi_{\varepsilon_0}^0{}^T(t) A(\varepsilon_0) - x_{\varepsilon_0}^0{}^T(t) D(\varepsilon_0)) A(\varepsilon_0) b(\varepsilon_0) +$$

$$(b^T(\varepsilon_0) u_{\varepsilon_0}^0(t) + x_{\varepsilon_0}^0{}^T(t) A^T(\varepsilon_0)) D(\varepsilon_0) b(\varepsilon_0) \equiv 0, \quad t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}],$$

$$\Delta_{\varepsilon_0}(\tau_i^0 + 0) = 0, \quad \Delta_{\varepsilon_0}(\tau^{i0} - 0) = 0, \quad i = 1, \dots, p.$$

Отсюда

$$u_{\varepsilon_0}^0(t) = \bar{a}^T(\varepsilon_0) x_{\varepsilon_0}^0(t) + \bar{b}^T(\varepsilon_0) \psi_{\varepsilon_0}^0(t), \quad t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}], \quad i = 1, \dots, p,$$

где

$$\bar{b}^T(\varepsilon) := -\frac{b^T(\varepsilon) A^2(\varepsilon)}{b^T(\varepsilon) D(\varepsilon) b(\varepsilon)}, \quad \bar{a}^T(\varepsilon) := \frac{b^T(\varepsilon) A^T(\varepsilon) D(\varepsilon) - b^T(\varepsilon) D(\varepsilon) A(\varepsilon)}{b^T(\varepsilon) D(\varepsilon) b(\varepsilon)}.$$

Введем расширенный $2n$ -вектор состояния $z_{\varepsilon_0}^0(t) = \begin{pmatrix} x_{\varepsilon_0}^0(t) \\ \psi_{\varepsilon_0}^0(t) \end{pmatrix}$, $t \in T$. Учитывая приведенные

выше рассуждения, несложно показать, что

а) траектория $z_{\varepsilon_0}^0(t)$, $t \in T$ удовлетворяет следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\dot{z}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}_0(\varepsilon_0) z(t) + \gamma(\varepsilon_0) (-1)^j l_i, & t \in [t_{ij}^0, t_{ij+1}^0[, \quad j = 0, \dots, s_i, \quad i \in P \\ \mathbf{A}_*(\varepsilon_0) z(t), & t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}[, \quad i = 1, \dots, p \end{cases}$$

с начальным условием $z(0) = \begin{pmatrix} x_0(\varepsilon_0) \\ \psi_0(\varepsilon_0) \end{pmatrix}$;

б) вдоль траектории $z_{\varepsilon_0}^0(t)$, $t \in T$ выполняются соотношения

$$H(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t_*) - \mu(\varepsilon_0, y(\varepsilon_0)) = 0; \quad \beta^T(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t_{ij}^0) = 0, \quad j \in S_i, \quad i \in P, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{A}_0(\varepsilon) = \begin{pmatrix} A(\varepsilon) & 0 \\ D(\varepsilon) & -A^T(\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_*(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \tilde{A}(\varepsilon) & \tilde{B}(\varepsilon) \\ D(\varepsilon) & -A^T(\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad H(\varepsilon) = \begin{pmatrix} H(\varepsilon) & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix},$$

$$\gamma(\varepsilon) = \begin{pmatrix} b(\varepsilon) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 0 \\ b(\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad \mu(\varepsilon, y) = \begin{pmatrix} g(\varepsilon) \\ H^T(\varepsilon) y \end{pmatrix},$$

$$\tilde{A}(\varepsilon) := A(\varepsilon) + b(\varepsilon) \bar{a}^T(\varepsilon), \quad \tilde{B}(\varepsilon) := b(\varepsilon) \bar{b}^T(\varepsilon). \quad (11)$$

4. Свойства решений возмущенных задач $O\dot{O}(\varepsilon)$ в окрестности регулярного параметра

Сформулируем и докажем теорему, описывающую свойства решений $u_\varepsilon^0(\cdot)$ задач $O\dot{O}(\varepsilon)$, $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$. Используя обозначения (8), введем в рассмотрение $s_0 + s_1 + \dots + s_p + 2p$ - и $s_0 + s_1 + \dots + s_p + 2p + n + m$ -векторы параметров

$$\Theta_* = \{t_{ij}, j=1, \dots, s_i, i \in P, \tau_i, \tau^i, i=1, \dots, p\} \text{ и } \Theta = \{\Theta_*, \psi_0, y\}.$$

Обозначим через $z(\Theta, \varepsilon | t)$, $t \in T$, траекторию системы

$$\dot{z} = \begin{cases} \mathbf{A}_0(\varepsilon)z + \gamma(\varepsilon)(-1)^j l_i, & t \in [t_{ij}, t_{ij+1}[, j=0, \dots, s_i, i \in P, \\ \mathbf{A}_*(\varepsilon)z, & t \in \bigcup_{i=1}^p [\tau_i, \tau^i[, \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{с начальным условием } z(0) = \begin{pmatrix} x_0(\varepsilon) \\ \psi_0 \end{pmatrix}.$$

Введем в рассмотрение $m + n + s_0 + s_1 + \dots + s_p + 2p$ - вектор-функцию

$$\Psi(\Theta, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \mathbf{H}(\varepsilon)z(\Theta, \varepsilon | t_*) - \mu(\varepsilon, y) \\ \beta^T(\varepsilon)z(\Theta, \varepsilon | t_{ij}), j \in S_i, i \in P \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Подчеркнем, что вид вектора Θ и вектор-функции $\Psi(\Theta, \varepsilon)$, а также их размерности зависят от параметров $s_i, i \in P$, и p , которые определяются структурой $S(\varepsilon_0)$ и считаются известными.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть задача $O\dot{O}(\varepsilon_0)$ имеет оптимальное регулярное управление $u_{\varepsilon_0}^0(\cdot)$ со структурой (6) и определяющими элементами (7). Тогда:

1) существует единственная непрерывная вектор-функция

$$\Theta(\varepsilon) = \{t_{ij}(\varepsilon), j=1, \dots, s_i, i \in P, \tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon), i=1, \dots, p, \psi_0(\varepsilon), y(\varepsilon)\}, \quad (14)$$

удовлетворяющая соотношениям

$$\Psi(\Theta(\varepsilon), \varepsilon) = 0, \varepsilon \in E(\varepsilon_0), \Theta(\varepsilon_0 + 0) = \Theta^0; \quad (15)$$

2) при $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$ оптимальное управление $u_\varepsilon^0(\cdot)$ задачи $O\dot{O}(\varepsilon)$ имеет постоянную структуру $S(\varepsilon) = S(\varepsilon_0)$ и находится по правилу

$$u_\varepsilon^0(t) = (-1)^j l_i, t \in [t_{ij}(\varepsilon), t_{ij+1}(\varepsilon)[, j=0, \dots, s_i, i \in P, \quad (16)$$

$$u_\varepsilon^0(t) = (\bar{a}^T(\varepsilon), \bar{b}^T(\varepsilon)) z(\Theta(\varepsilon), \varepsilon | t), t \in \bigcup_{i=1}^p [\tau_i(\varepsilon), \tau^i(\varepsilon)[,$$

где $t_{i0}(\varepsilon) \equiv \tau^i(\varepsilon)$, $t_{i s_i+1}(\varepsilon) \equiv \tau_{i+1}(\varepsilon)$, $i \in P$, $\tau^0(\varepsilon) \equiv 0$, $\tau_{p(\varepsilon)+1}(\varepsilon) \equiv t_*$, а $z(\Theta, \varepsilon | t)$, $t \in T$, - решение системы (12).

Доказательство. Докажем первое утверждение теоремы. Из (10) следует, что $\Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) = 0$.

Покажем теперь, что матрица Якоби $G = \partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) / \partial \Theta$ уравнений (15) является невырожденной.

Для дальнейших исследований введем обозначения. Пусть $\Phi_0(\varepsilon, t, \tau)$ и $\Phi_*(\varepsilon, t, \tau)$, $t > \tau$ - фундаментальные матрицы решений систем $\dot{z} = \mathbf{A}_0(\varepsilon)z$ и $\dot{z} = \mathbf{A}_*(\varepsilon)z$ соответственно. $\Phi_0(\varepsilon, t, \tau) = \Phi_*(\varepsilon, t, \tau) = 0$ при $t < \tau$, $\Phi_0(\varepsilon, t, t) = \Phi_*(\varepsilon, t, t) = E$.

Тогда решение $z(\Theta, \varepsilon | t)$, $t \in T$, системы (12) можно представить в виде

$$z(\Theta, \varepsilon | t) = \Phi_0(\varepsilon, t, \tau^i) z(\Theta, \varepsilon | \tau^i) + \sum_{j=0}^{s_i} \int_{t_{ij}}^{t_{ij+1}} \Phi_0(\varepsilon, t, \tau) \gamma(\varepsilon) (-1)^j l_i d\tau, \quad t \in [\tau^i, \tau_{i+1}], \quad i \in P,$$

$$z(\Theta, \varepsilon | t) = \Phi_*(\varepsilon, t, \tau_i) z(\Theta, \varepsilon | \tau_i), \quad t \in [\tau_i, \tau^i], \quad i = 1, \dots, p.$$

Положим, что $k(\alpha) = u_{\varepsilon_0}^0(\alpha - 0) - u_{\varepsilon_0}^0(\alpha + 0)$, $\alpha \in \Theta_*^0$. В силу регулярности управления $u_{\varepsilon_0}^0(\cdot)$ имеем $k(\alpha) \neq 0$, $\alpha \in \Theta_*^0$.

Представим матрицу Якоби $G = \partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) / \partial \Theta$ уравнений (15) в виде:

$$G = \begin{pmatrix} \Lambda & M_1 & M_2 \\ Y & X_1 & X_2 \end{pmatrix}, \quad \text{где} \quad \begin{pmatrix} \Lambda \\ Y \end{pmatrix} = \frac{\partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0)}{\partial \Theta_*}, \quad \begin{pmatrix} M_1 \\ X_1 \end{pmatrix} = \frac{\partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0)}{\partial \psi_0}, \quad \begin{pmatrix} M_2 \\ X_2 \end{pmatrix} = \frac{\partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0)}{\partial y},$$

$$\Lambda = \left(H(\varepsilon_0) \Phi(\varepsilon_0, \Theta_*^0 | t_*, \phi) \gamma(\varepsilon_0) k(\phi), \quad \phi \in \Theta_*(\varepsilon_0) \right),$$

$$Y = \left(\beta^T(\varepsilon_0) \frac{\partial}{\partial \alpha} (z(\Theta^0, \varepsilon_0 | \phi)), \quad \alpha \in \Theta_*, \phi \in \Theta_*(\varepsilon_0) \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (z(\Theta^0, \varepsilon_0 | \phi)) = \begin{cases} \Phi(\varepsilon_0, \Theta_*^0 | \phi, \alpha^0) \gamma(\varepsilon_0) k(\alpha^0), & \text{если } \phi > \alpha^0 \\ 0, & \text{если } \phi < \alpha^0 \\ \dot{z}(\Theta^0, \varepsilon_0 | \phi), & \text{если } \phi = \alpha^0, \end{cases} \quad (17)$$

$$\phi \in \Theta_*(\varepsilon_0), \quad \alpha^0 = \alpha(\varepsilon_0), \quad \alpha \in \Theta_*,$$

$$M_1 = H(\varepsilon_0) \Phi(\varepsilon_0, \Theta_*^0 | t_*, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -H^T(\varepsilon_0) \end{pmatrix},$$

$$X_1 = \left(\beta^T(\varepsilon_0) \Phi(\varepsilon_0, \Theta_*^0 | \phi, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix}, \quad \phi \in \Theta_*(\varepsilon_0) \right), \quad X_2 = 0,$$

$$\Phi(\varepsilon, \Theta_* | t, \tau) = \Phi_0(\varepsilon, t, \tau^i) \Phi_*(\varepsilon, \tau^i, \tau_i) \Phi_0(\varepsilon, \tau_i, \tau^{i-1}) \dots \Phi_*(\varepsilon, \tau^{s+1}, \tau_{s+1}) \Phi_0(\varepsilon, \tau_{s+1}, \tau),$$

если $i > s$, $\Phi(\varepsilon, \Theta_* | t, \tau) = \Phi_0(\varepsilon, t, \tau)$, если $i = s$, $t \geq \tau$, $t \in [\tau^i, \tau_{i+1}]$, $\tau \in [\tau^s, \tau_{s+1}]$.

Покажем, что $\det G \neq 0$. Допустим противное: $\det G = 0$. Тогда найдется такой вектор

$$\Delta \Theta = (\Delta t_{ij}, j = 1, \dots, s_i, i \in P, \Delta \tau_i, \Delta \tau^i, i = 1, \dots, p, \Delta \psi_0, \Delta y) \neq 0,$$

что $G \Delta \Theta = 0$. Используя этот вектор, построим решение $\Delta z(t) = \begin{pmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \psi(t) \end{pmatrix}$, $t \in T$, задачи

$$\Delta \dot{z} = \begin{cases} \mathbf{A}_0(\varepsilon_0) \Delta z, & t \in [t_{ij}^0, t_{ij+1}^0], \quad j = 0, \dots, s_i, \quad i \in P \\ \mathbf{A}_*(\varepsilon_0) \Delta z, & t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}], \quad i = 1, \dots, p, \end{cases} \quad (18)$$

$$\Delta z(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta \psi_0 \end{pmatrix}, \quad \Delta z(t_{ij}^0 + 0) = \Delta z(t_{ij}^0 - 0) + \gamma(\varepsilon_0) \Delta t_{ij}^0 k(t_{ij}^0), \quad j \in S_i, \quad i \in P. \quad (19)$$

Здесь и далее будем считать, что $\Delta t_{i0}^0 \equiv \Delta \tau^{i0}$, $\Delta t_{is_i+1}^0 \equiv \Delta \tau_{i+1}^0$, $i = 0, \dots, p$.

Тогда с учетом (17) и предположения $G \Delta \Theta = 0$ можно показать, что

$$H(\varepsilon_0) \Delta x(t_*) = 0, \quad \Delta \psi(t_*) = H^T(\varepsilon_0) \Delta y; \quad \beta^T(\varepsilon_0) \Delta z(t_{ij}^0 \pm 0) = 0, \quad j \in S_i, \quad i \in P. \quad (20)$$

Кроме того, по построению имеют место тождества

$$\beta^T(\varepsilon_0) \Delta z(t) = 0, \quad t \in [\tau_i^0, \tau^{i0}], \quad i = 1, \dots, p. \quad (21)$$

Используя соотношения (11) и (21), можно показать, что

$$\frac{d}{dt} (\Delta \psi^T(t) \Delta x(t)) = \frac{d}{dt} \left(\Delta z^T(t) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ E & 0 \end{pmatrix} \Delta z(t) \right) = \Delta x^T(t) D(\varepsilon_0) \Delta x(t), \quad t \in T.$$

Следовательно,

$$\int_0^{t_*} \frac{d}{dt} (\Delta \psi^T(t) \Delta x(t)) dt = \int_0^{t_*} \Delta x^T(t) D(\varepsilon_0) \Delta x(t) dt. \quad (22)$$

С другой стороны, с учетом (19), (20) получаем

$$\int_0^{t_*} \frac{d}{dt} (\Delta \psi^T(t) \Delta x(t)) dt = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^{s_i} \Delta \psi^T(t) \Delta x(t) \Big|_{t_{ij}^0+0}^{t_{ij+1}^0-0} = \quad (23)$$

$$\sum_{i \in P} \sum_{j \in S_i} \Delta \psi^T(t_{ij}^0) (\Delta x(t_{ij}^0 - 0) - \Delta x(t_{ij}^0 + 0)) + \Delta \psi^T(t_*) \Delta x(t_*) = 0.$$

Из (22) и (23) заключаем, что $D(\varepsilon_0) \Delta x(t) \equiv 0, \quad t \in T$. С учетом последнего соотношения и (19) имеем

$$D(\varepsilon_0) (b(\varepsilon_0) \Delta t_{ij} k(t_{ij}^0)) = 0, \quad j \in S_i, \quad i \in P,$$

откуда следует, что

$$\Delta t_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, s_i, \quad i \in P, \quad \Delta \tau_i = 0, \quad \Delta \tau^i = 0, \quad i = 1, \dots, p.$$

Здесь мы учли, что по предположению $b^T(\varepsilon_0) D(\varepsilon_0) b(\varepsilon_0) \neq 0$.

В силу тождества $D(\varepsilon_0) \Delta x(t) \equiv 0, \quad t \in T_-$ из (18) следует, что

$$\Delta \dot{\psi}(t) = -A^T(\varepsilon_0) \Delta \psi(t), \quad t \in T, \quad \Delta \psi(0) = \Delta \psi_0, \quad \Delta \psi(t_*) = H^T(\varepsilon_0) \Delta y, \quad (24)$$

и условия (21) принимают вид

$$\Delta \psi^T(t) b(\varepsilon_0) = \Delta y^T H(\varepsilon_0) F(t_*, t) = 0, \quad t \in \bigcup_{i=1}^p [\tau_i^0, \tau^{i0}],$$

где $F(t, \tau), t \geq \tau$, – фундаментальная матрица решений системы $\dot{x} = A(\varepsilon_0)x$.

Функция $\Delta y^T H(\varepsilon_0) F(t_*, t), t \in T$, обращается в нуль на множествах $\bigcup_{i=1}^p [\tau_i^0, \tau^{i0}]$ ненулевой меры, откуда, учитывая ее аналитичность, получаем, что $\Delta y^T H(\varepsilon_0) F(t_*, t) \equiv 0, t \in T$.

Предположим, что $\Delta y \neq 0$. Согласно предположению 1 существует такое $\delta > 0$, что для вектора $\Delta g = \varepsilon \Delta y$ с $\varepsilon = \delta / \|\Delta y\| > 0$ найдется такое управление $\Delta u(\cdot)$, что выполняется

соотношение $\int_0^{t_*} H(\varepsilon_0) F(t_*, t) \Delta u(t) dt = \varepsilon \Delta y$. Умножим обе части последнего равенства на

Δy^T и получим $0 = \int_0^{t_*} \Delta y^T H(\varepsilon_0) F(t_*, t) \Delta u(t) dt = \varepsilon \|\Delta y\|^2 = \delta > 0$. Последнее равенство

противоречиво, откуда следует, что $\Delta y = 0$. Тогда из (24) следует, что $\Delta \psi(t) \equiv 0, t \in T$.

В результате мы получили, что

$$\Delta \Theta = (\Delta t_{ij} = 0, j = 1, \dots, s_i, i \in P, \Delta \tau_i = 0, \Delta \tau^i = 0, i = 1, \dots, p, \Delta \psi_0 = 0, \Delta y = 0) = 0,$$

что противоречит предположению $\Delta \Theta \neq 0$. Полученное противоречие свидетельствует о том, что $\det G \neq 0$.

Таким образом, мы доказали, что выполняются соотношения $\Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) = 0$ и $\det(\partial \Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) / \partial \Theta) \neq 0$. Следовательно, согласно теореме о неявных функциях существует единственная непрерывная вектор-функция (14), удовлетворяющая соотношениям (15). Первое утверждение теоремы доказано.

Построим управление $u_\varepsilon^0(\cdot)$ задачи $OO(\varepsilon)$, $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$, по правилам (16). По построению выполняются соотношения (15), из которых следует, что траектория $x_\varepsilon^0(\cdot)$ системы (1), соответствующая управлению $u_\varepsilon^0(\cdot)$, удовлетворяет терминальным ограничениям. По предположению значение параметра ε_0 является регулярным, следовательно, при $\varepsilon = \varepsilon_0$ выполняются соотношения (5). Учитывая это и непрерывность функции (14), можно показать, что при достаточно малых вариациях параметра ε построенное по предложенным правилам управление не превзойдет единицы по модулю. Отсюда следует, что построенное управление $u_\varepsilon^0(\cdot)$ является допустимым.

Заметим, что из соотношений (15), условий регулярности управления $u_{\varepsilon_0}^0(\cdot)$ и непрерывности функции (14) также следует, что вдоль решения $\psi_\varepsilon^0(\cdot)$ сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -A^T(\varepsilon)\psi + D(\varepsilon)x_\varepsilon^0(t), \quad \psi(t_*) = H^T(\varepsilon)y(\varepsilon),$$

и допустимого управления (16) выполняются условия принципа максимума, которые в данной ситуации достаточны для оптимальности управления (16).

Теорема доказана.

5. Построение решений возмущенных задач $OO(\varepsilon)$, $\varepsilon \in E(\varepsilon_0)$

Пусть $\varepsilon = \varepsilon_0$ – регулярное значение параметра, для которого известно оптимальное управление $u_{\varepsilon_0}^0(\cdot)$ задачи $OO(\varepsilon_0)$, его структура $S(\varepsilon_0)$ и определяющие элементы $\Theta(\varepsilon_0)$. Требуется построить решение возмущенной задачи $OO(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$, где $\Delta\varepsilon$ – достаточно малое число. Согласно теореме 1, для этого достаточно, используя известную структуру $S(\varepsilon_0)$, сформировать вектор-функцию (13) и найти решение $\Theta(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ системы уравнений (15) для $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$. Полученная система уравнений легко решается стандартными методами. Например, методом Ньютона можно подсчитать $\Theta(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ со сколь угодно высокой точностью, начиная процесс с известного начального приближения $\Theta(\varepsilon_0)$. Зная вектор $\Theta(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$, найдем решение $z(\Theta(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon), \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon | t)$, $t \in T$ системы (12). Оптимальное управление задачи $OO(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ найдем по правилам (16).

Заметим, что иногда возникает необходимость построить решение возмущенной задачи очень быстро, другими словами, фактор времени вычислений превышает фактор точности. Тогда, учитывая тот факт, что вектор-функция $\Theta(\varepsilon)$ является непрерывно дифференцируемой, можно найти приближенное решение $\bar{\Theta}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ системы (15) по формуле

$$\bar{\Theta}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon) = \Theta(\varepsilon_0) + \Delta\varepsilon \dot{\Theta}(\varepsilon_0), \quad (25)$$

$$\text{где } \dot{\Theta}(\varepsilon_0) = -G^{-1} \left(\partial\Psi(\Theta^0, \varepsilon_0) / \partial\varepsilon \right),$$

$$\frac{\partial\Psi(\Theta^0, \varepsilon_0)}{\partial\varepsilon} = \left(\begin{array}{c} \dot{H}(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t_*) + H(\varepsilon_0) Z(t_*) - \frac{\partial\mu(\varepsilon_0, y(\varepsilon_0))}{\partial\varepsilon} \\ \dot{\beta}^T(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t_{ij}^0) + \beta^T(\varepsilon_0) Z(t_{ij}^0), \quad j \in S_i, \quad i \in P \end{array} \right),$$

$Z(t)$, $t \in T$, – решение системы

$$\dot{Z}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}_0(\varepsilon_0) Z(t) + \dot{\mathbf{A}}_0(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t) + \dot{\gamma}(\varepsilon_0) (-1)^j l_i, & t \in [t_{ij}^0, t_{ij+1}^0], \\ \mathbf{A}_*(\varepsilon_0) Z(t) + \dot{\mathbf{A}}_*(\varepsilon_0) z_{\varepsilon_0}^0(t), & t \in T_*(\varepsilon_0) \end{cases} \quad j = 0, \dots, s_i, \quad i \in P$$

$$\text{с начальным условием } Z(0) = \begin{pmatrix} \dot{x}_0(\varepsilon_0) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad z_{\varepsilon_0}^0(t) = \begin{pmatrix} x_{\varepsilon_0}^0(t) \\ \psi_{\varepsilon_0}^0(t) \end{pmatrix}, \quad t \in T.$$

Найдем решение $z(\bar{\Theta}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon), \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon | t)$, $t \in T$, системы (12), затем построим приближенное решение $\bar{u}_{\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon}(\cdot)$ задачи $OO(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ по правилам (16), используя компоненты вектора $\bar{\Theta}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ и функцию $z(\bar{\Theta}(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon), \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon | t)$, $t \in T$.

Как видно, векторы $\Theta(\varepsilon_0)$ и $\dot{\Theta}(\varepsilon_0)$ не зависят от $\Delta\varepsilon$ и могут использоваться для построения приближенных решений задач $OO(\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon)$ при различных значениях $\Delta\varepsilon$.

Отметим, что если в задаче (1) рассматривать зависимость от нескольких параметров ε_i , $i = 1, \dots, s$, то исследования проводятся аналогично.

6. Иллюстративный пример

Рассмотрим семейство параметрических задач вида (1), где

$$A(\varepsilon) = A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b(\varepsilon) = b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad D(\varepsilon) = D = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 \\ 0.1 & 1 \end{pmatrix}, \quad H(\varepsilon) = H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$x_0(\varepsilon) = (-0.4, -3.8)^T + \varepsilon(1, 1)^T, \quad g(\varepsilon) = (11.1, -0.2)^T + \varepsilon(-1, 1)^T, \quad t_* = 8.$$

При $\varepsilon_0 = 0$ задача $OO(0)$ имеет оптимальное управление $u_0^0(\cdot)$, изображенное на рис. 1 непрерывной линией, его структура и определяющие элементы имеют вид:

$$S(0) = \{ p(0) = 1, l_0(0) = 1, l_1(0) = 1, s_0(0) = 0, s_1(0) = 1 \},$$

$$\Theta_*^0 = \{ t_{11}(0) = 6.115, \tau_1(0) = 2, \tau^1(0) = 5 \},$$

$$\Theta(0) = \Theta^0 = \{ \Theta_*^0, \psi_0(0) = (6.56; 10.933)^T, y(0) = (25.243; -22.206)^T \}.$$

Значение параметра $\varepsilon_0 = 0$ является регулярным.

Используем полученные выше результаты для нахождения решения возмущенной задачи $OO(0 + \Delta\varepsilon)$, где $\Delta\varepsilon = 0.5$. С этой целью по информации, содержащейся в структуре $S(0)$, сформируем систему уравнений (15) при $\varepsilon = 0 + 0.5$ и найдем ее решение $\Theta(0.5)$ методом Ньютона, взяв в качестве начального приближения Θ^0 . В результате получим

$$\Theta_*(0.5) = \{t_{11}(0.5) = 6.338, \tau_1(0.5) = 1.587, \tau^1(0.5) = 5.256\},$$

$$\Theta(0.5) = \{\Theta_*(0.5), \psi_0(0.5) = (3.47; 5.67)^T, y(0.5) = (21.936; -16.623)^T\}.$$

Согласно п. 5, управление $u_{0.5}^0(\cdot)$ строим по правилам (16), используя вектор $\Theta(0.5)$.

Управление $u_{0.5}^0(\cdot)$ изображено на рис. 1 разрывной линией.

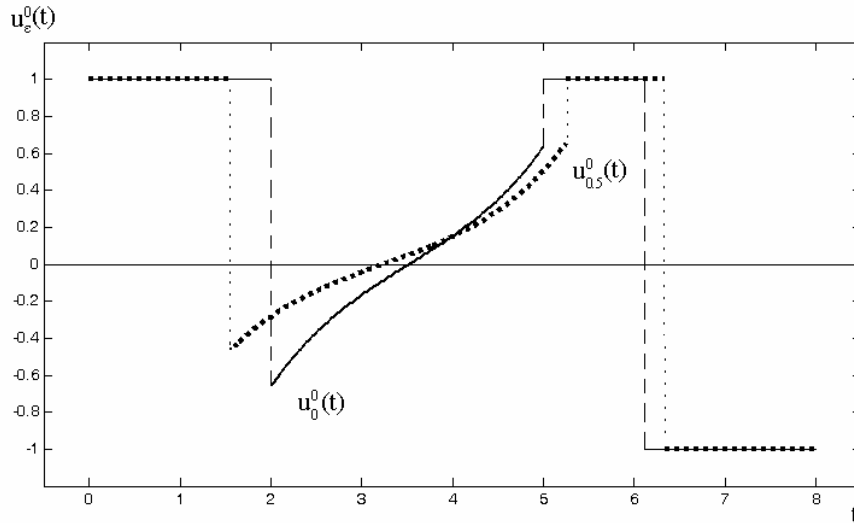


Рисунок 1

Для сравнения найдем приближенное решение задачи $OO'(0.5)$. Для этого вычислим вектор $\bar{\Theta}(0.5)$ согласно (25), построим по нему управление $\bar{u}_{0.5}(\cdot)$. На рис. 2 разрывной линией приведено точное решение $u_{0.5}^0(\cdot)$ задачи $OO'(0.5)$, непрерывной – приближенное $\bar{u}_{0.5}(\cdot)$. Как видно из рис. 2, графики построенных управлений различаются незначительно. Однако заметим, что точное решение задачи гарантирует выполнение терминальных ограничений, а приближенное управление в данном случае переводит систему в состояние, квадрат отклонения которого от заданного составляет 0.711.

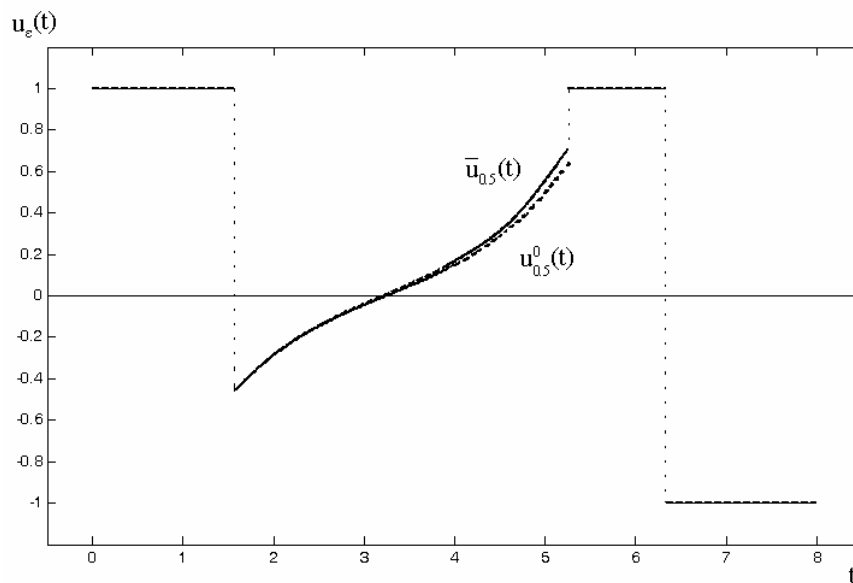


Рисунок 2

Литература

- [1] Костюкова О. И. (2000) Параметрическая выпуклая задача оптимального управления линейной системой. *Прикладная математика и механика* **66**, № 2, 187–199.
- [2] Курдина М.А. (2005) Свойства решений нелинейных параметрических задач оптимального управления в окрестности регулярной точки. *Доклады НАН Беларуси* **49**, № 3, 19–23.
- [3] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. (1969) *Математическая теория оптимальных процессов*. М.: Наука, 384 с.
- [4] Harti R.F., Sethi S. P., Vickson R.G. (1995) A survey of the maximum principle for optimal control problems with state constraints. *SIAM review* **37**, No.2, 181–218.
- [5] Malanowski K., Maurer H. (1998) Sensitivity analysis for state constrained optimal control problems. *Discrete and Continuous Dynamical Systems* **4**, 241–272.

Received on the 21st of May 2006

МЕТОД СВЕДЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА К НЕЛИНЕЙНОМУ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Ш.Э. ГУСЕЙНОВ

*Институт Математики Академии Наук Латвии и Латвийский Университет
E-mail: sh.e.guseinov@inbox.lv*

В данной работе рассматривается обобщенная (в смысле $\varphi_2(t) \neq 0$) задача Стефана. Эта обратная задача сводится с помощью нового метода, который состоит в представлении искомой функции в специальном виде, к задаче для решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения типа Вольтерра.

Ключевые слова: задача Стефана, нелинейное интегро-дифференциальное уравнение типа Вольтерра

В данной работе рассматривается вопрос о применимости описанного в [1–6] нового метода к обобщенной задаче Стефана. Отметим, что данный метод, который успешно применялся и применяется к различным прямым и обратным линейным начально-краевым задачам математической физики, впервые также успешно применяется автором данной статьи к некоторым нелинейным задачам математической физики таким, как нелинейные задачи для уравнений Кортевега – де Фриза и Монжа – Ампера. Данная работа является первой попыткой автора применить предложенный метод к задачам со свободной границей.

Итак, рассматривается процесс распространения тепла в средах с изменяющимся фазовым состоянием либо какие-нибудь другие математически сходные с ним процессы, например, задача о кристаллизации расплава при погружении в него пластины; задача об образовании непрерывного слитка; задача о растворении пузырька газа в жидкости; задача изучения динамики одномерного неизоэнтальпического испарения идеальной смеси; задача о зонной бестигельной плавки цилиндрического стержня; некоторые важные прямые и обратные задачи теории фильтрации (такие, как задача нагнетания гидромеханического раствора в грунт; задача продвижения водонефтяного контакта в условиях упругого режима и т.п.); задача о конвекции, вызываемой кристаллизацией переохлажденного расплава; задача об обтекании твердого тела высокоскоростным потоком вязкой несжимаемой жидкости; задача о вращении жесткого цилиндра в вязко-пластической среде; задача о неустановившемся вязко-пластическом течении между плоско-параллельными стенками и множество других важных задач науки, техники и производства.

Исторически считается, что первой работой в этой области была работа Ж. Ламе и Б. Клапейрона «Об отвердевании охлаждающегося жидкого шара», опубликованная в 1831 году. В этой работе ставилась задача определить толщину твердой коры, образующейся при охлаждении жидкости и заполняющей полупространства $x > 0$ под воздействием постоянной температуры на плоскости $x = 0$. В работе предполагалось, что температура жидкой фазы тождественно равна температуре кристаллизации. Ж. Ламе и Б. Клапейрон выявили, что толщина коры пропорциональна величине \sqrt{t} , где t есть время, но не смогли определить коэффициента пропорциональности.

В 1889 году И. Стефан в своей работе о промерзании грунта поставил и решил следующие две задачи.

Первая задача Стефана. Среда, находящаяся в двух фазовых состояниях (в жидком и в твердом) и проводящая теплоту исключительно посредством теплопроводности, заполняет полупространство $x > 0$. В начальный момент вся среда находится при постоянной температуре $T_2 > 0$. На плоскости $x = 0$ поддерживается постоянная температура $T_1 < 0$, под воздействием которой происходит кристаллизация, протекающая изотермически при температуре $T = 0$ без переохлаждения и с пренебрежимо малым объемным эффектом.

Вторая задача Стефана. Теплопроводящая среда заполняет пространство $-\infty < x < +\infty$. В начальный момент жидкая фаза заполняет область $0 < x < +\infty$ при температуре $T_2 > 0$, а

Applied mathematics and mathematical physics

твердая фаза заполняет область $-\infty < x < 0$ при температуре $T_1 < 0$. Остальные условия остаются прежними, как в первой задаче Стефана.

В обоих случаях задача состоит в определении температуры $u_1(x, t)$ твердой фазы и температуры $u_2(x, t)$ жидкой фазы. Кроме того, в обоих случаях требуется определить положение $x = y(t)$ границы раздела фаз.

Как показал И.Стефан, подсчет теплового баланса приводит к условию (знаменитое условие, ныне называемое условием Стефана)

$$\lambda \cdot \rho \cdot y'(t) = \left(k_1 \cdot \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial x} - k_2 \cdot \frac{\partial u_2(x, t)}{\partial x} \right) \Big|_{x=y(t)}, \quad (1)$$

где λ есть скрытая теплота кристаллизации, отнесенная к единице массы, ρ есть плотность образующейся фазы, а k_1 и k_2 являются коэффициентами теплопроводности соответственно твердой и жидкой фазы. Заметим, что обе задачи, рассмотренные Стефаном, являются автомодельными. В обоих случаях $y = 2 \cdot \alpha \cdot \sqrt{t}$, где α определяется из некоторых трансцендентных уравнений.

В том же 1889 году И.Стефан поставил и решил еще две задачи, первая из которых (*третья задача Стефана*) является описанием процесса нейтрализации при диффузионном переносе веществ к зоне реакции. *Четвертой задачей Стефана* является задача о процессе плавления слоя льда с нулевой начальной температурой и заданной температурой $f(t)$ на границе $x = 0$. Ниже вследствие своей неординарности и изящества приводится идея получения приближенного решения четвертой задачи Стефана. И.Стефан получил решение этой задачи в аналитически замкнутой форме лишь при $f \equiv \text{const}$ следующей процедурой: температура $u(x, t)$ талого слоя представляется в виде ряда

$$u(x, t) = f(t) + \frac{x^2}{2 \cdot a^2} \cdot f'(t) + \frac{x^4}{4! \cdot a^4} \cdot f''(t) + \dots + x \cdot F(t) + \frac{x^3}{3! \cdot a^2} \cdot F'(t) + \frac{x^5}{5! \cdot a^4} \cdot F''(t) + \dots,$$

где a^2 есть коэффициент температуропроводности талого слоя.

Неизвестная функция $F(t)$ подлежит определению из условия $u(x, t) \Big|_{x=y(t)} = 0$, которое в развернутой форме имеет вид

$$f(t) + \frac{y^2(t)}{2 \cdot a^2} \cdot f'(t) + \frac{y^4(t)}{4! \cdot a^4} \cdot f''(t) + \dots + y(t) \cdot F(t) + \frac{y^3(t)}{3! \cdot a^2} \cdot F'(t) + \frac{y^5(t)}{5! \cdot a^4} \cdot F''(t) + \dots = 0.$$

И из условия Стефана (1), которое в рассматриваемом случае приобретает вид

$$\frac{\lambda \cdot \rho}{k} \cdot y'(t) = - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=y(t)} = - \left\{ \frac{y(t)}{a^2} \cdot f'(t) + \frac{y^3(t)}{3! \cdot a^4} \cdot f''(t) + \dots \right. \\ \left. \dots + F(t) + \frac{y^2(t)}{2 \cdot a^2} \cdot F'(t) + \frac{y^4(t)}{4! \cdot a^4} \cdot F''(t) + \dots \right\}.$$

Из последних двух равенств, исключая функцию $F(t)$, можно получить первое приближение

$$f(t) - \frac{y^2(t)}{2 \cdot a^2} \cdot f'(t) - \dots - \frac{y^3(t)}{3 \cdot a^2} \cdot F'(t) - \dots = \frac{\lambda \cdot \rho}{k} \cdot y(t) \cdot y'(t). \quad (2)$$

Далее, в правой части (2) отбрасывая все члены, за исключением первого, И. Стефан получает следующую окончательную формулу для определения первого приближения решения рассматриваемой задачи:

$$\frac{\lambda \cdot \rho}{k} \cdot y(t) \cdot y'(t) = f(t). \quad (3)$$

Для получения второго приближения И. Стефан использует элементарное равенство

$$\left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + y'(t) \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right) \Big|_{x=y(t)} = 0,$$

которое в развернутой форме означает следующее равенство:

$$f'(t) + \frac{y^2(t)}{2 \cdot a^2} \cdot f''(t) + \dots + y(t) \cdot F'(t) + \frac{y^3(t)}{3! \cdot a^4} \cdot F'''(t) + \dots = \frac{\lambda \cdot \rho}{k} \cdot (y'(t))^2. \quad (4)$$

Исключая функции $F'(t)$ из первого приближения Стефана (2) и (4), а затем и пренебрегая всеми членами, содержащими производные порядка $k \geq 2$ от функций $f(t)$ и $F(t)$, И. Стефан получает, что

$$\frac{\lambda \cdot \rho}{k} \cdot y(t) \cdot y'(t) \cdot \left\{ 1 + \frac{y(t) \cdot y'(t)}{3 \cdot a^2} \right\} = f(t) - \frac{y^2(t)}{6 \cdot a^2} \cdot f'(t).$$

Далее И. Стефан предлагает продолжать эту процедуру для определения искомой функции $u(x, t)$. Очевидно, что невозможно построить точного решения рассматриваемой задачи подобным способом. Однако, уже первое приближение (3) дает неплохую аппроксимацию решения. А именно, предполагая, что $f'(t) \geq 0$ в малой окрестности $U_\varepsilon(t=0)$, можно на основании принципа максимума показать, что

$$\lambda \cdot \rho \cdot y(t) \cdot y'(t) \leq k \cdot f(t),$$

причем

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\lambda \cdot \rho \cdot y(t) \cdot y'(t)}{k \cdot f(t)} = 1, \text{ т.е. } \lambda \cdot \rho \cdot y(t) \cdot y'(t) \Leftrightarrow k \cdot f(t).$$

Как сказано в фундаментальной монографии [7], в 1891-1931 годах не было опубликовано ни одной сколько-нибудь серьезной работы, посвященной проблеме Стефана. В 1931 году в курсе нефтепромысловой механики Л.С. Лейбензон (см. [8]) предложил метод приближенного решения задачи Стефана, оказавшийся во многих случаях достаточно эффективным. Метод Л.С. Лейбензона состоит в замене истинного распределения температур внутри каждой фазы квазистационарным распределением, т.е. таким, которое удовлетворяет по пространственным координатам уравнению Лапласа в области с границей, изменяющейся в соответствии с условием Стефана (1). В 1939 году Л.С. Лейбензон применил (см. [9]) свой метод к различным вариантам подсчета длительности отвердевания земного шара из первоначального расплавленного состояния. В 1947 году этот метод Л.С. Лейбензона был использован А.Н. Тихоновым и Е.Г. Швидковским для решения металлургической задачи об образовании непрерывного слитка (см. [10]).

Первую попытку получить точное, а не приближенное решение задачи Стефана сделал М. Бриллюэн в своем докладе, прочитанном в 1929 году в институте А. Пуанкаре. Доклад был опубликован в 1931 году. М. Бриллюэн предложил следующий метод сведения исходной задачи Стефана к системе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений: пусть теплопроводящая среда заполняет полосу $0 < x < 1$. Пусть функции $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ являются температурами соответственно твердой и жидкой фазы в начальный момент времени $t = 0$. М. Бриллюэн предложил искать температуры $u_i(x, t)$ i -ой фазы в виде

$$u_i(x, t) = \frac{1}{2 \cdot |a_i| \cdot \sqrt{\pi \cdot t}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{x-\xi}{2|a_i|\sqrt{t}}\right)^2} \cdot \Phi_i(\xi) d\xi, \quad (i=1, 2),$$

где функция $\Phi_i(x)$ совпадает с функцией $\varphi_i(x)$ в области определения $\varphi_i(x)$. Далее, подчинение функции $u_i(x, t)$ краевым и начальным условиям, а также условию Стефана (1) приводит к достаточно сложной системе сингулярных интегро-дифференциальных уравнений первого рода относительно функции продолжения $\varphi_i(x)$ за пределы области их первоначального определения и относительно границы $x = y(t)$ раздела фаз. Однако даже сам автор предложенного метода М. Бриллюэн, выписав систему интегро-дифференциальных уравнений, отказался от попытки их решения, считая трудности, возникающие при этом, непреодолимыми. Таким образом, доклад М. Бриллюэна скорее способствовал усилению интереса к проблеме Стефана, чем ее решению.

Второй попыткой аналитического решения проблемы Стефана является работа А. Губера. Метод Губера, являющийся обобщением метода полигональных приближений Коши-Липшица на случай одномерной задачи Стефана, состоит в следующем: интервал времени $[0, T]$, на котором ищется решение задачи, разбивается n точками $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$ на частные интервалы $\Delta_k \stackrel{def}{=} (t_k, t_{k+1})$. Скорость $y'(t)$ продвижения границы раздела фаз на интервале Δ_k принимается постоянной и равной той скорости, которая определяется условием Стефана (1), записанным для момента времени $t = t_k$, и температурами обеих фаз в этот момент. Искомая температура определяется через крайевые значения и значения при $t = t_k$ следующим образом: область существования каждой фазы на интервале Δ_k переводится в канонический отрезок $[0, 1]$ с помощью аффинного преобразования. При этом А. Губер использует инвариантность уравнения теплопроводности относительно преобразования Аппеля (см., например, [11] и [12]) и предоставление решения первой краевой задачи на отрезке с помощью функции Грина. Указанный процесс, как потом отметил сам А. Губер, является достаточно громоздким. Поэтому А. Губер его и не пытался строго обосновать.

Доказательство существования и единственности решения одномерной задачи Стефана при относительно общих краевых и начальных условиях было осуществлено впервые в 1947 году Л.И. Рубинштейном в диссертационной работе (см. [13]). Метод, которым Л.И. Рубинштейн пользовался, сводился к преобразованию области существования каждой фазы в отрезок $[0, 1]$ с помощью дроболинейного преобразования с последующей редукцией к системе нелинейных интегральных уравнений смешанного типа, а именно, интегрального уравнения Фредгольма по пространственной координате и интегрального уравнения Вольтерра по времени. Полученная система решалась методом последовательных приближений Пикара, причем сходимость процесса гарантировалась в некоторой малой окрестности $U_\varepsilon(t=0)$. Однако, не останавливаясь на подробностях, лишь отметим, что предложенный метод Л.И. Рубинштейна алгоритмически мало эффективен. Далее в том же 1947 году Л.И. Рубинштейн предложил (см. [14]) другой метод сведения задачи Стефана к системе интегральных уравнений типа Вольтерра. Этот метод основывается на прямом использовании тепловых потенциалов. Доказательство существования и единственности решения с помощью этого метода также проводилось в некоторой малой

окрестности $U_\varepsilon(t=0)$. Однако, в отличие от предыдущего метода, предложенный второй метод алгоритмически был значительно более выгодным.

В 1951 году была опубликована очень важная работа Г. Ивенса, дающего теорему существования решения однофазной однослойной задачи Стефана в следующей постановке:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < x(t), \quad t > 0, \\ \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -1, \\ u(x,t) \Big|_{x=x(t)} &= 0, \\ \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=x(t)} &= -x'(t), \\ x(0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Интегрируя уравнение теплопроводности в задаче (5) по области $0 < x < x(t)$, а затем, используя краевые условия, Г. Ивенс получает

$$x(t) = t - \int_0^{x(t)} u(x,t) dx.$$

Пусть функция $u(x,t;h)$ является решением рассматриваемой краевой задачи (5) при заданной границе $x = h(t)$. Тогда, пользуясь монотонностью функции $h(t)$, Г.Ивенс доказывает сходимость итерационного процесса

$$x_n(t) = t - \int_0^{x_{n-1}(t)} u(x,t;x_{n-1}) dx$$

к решению исходной задачи (5).

Вслед за важной работой Г. Ивенса появились исследования Г. Сестини, Дж. Дугласа, Т. Гайи, О.А. Олейник, Б.М. Будака, Ф.П. Васильева, А.Б. Успенского, М. Лоткина, И.В. Фрязинова и других известных ученых (см., например, [7], [15–18] и список соответствующей литературы в них). О.А. Олейник в работе [17] ввела понятие об обобщенном решении задачи Стефана, единственность и существование которого обеспечивается в классе измеримых ограниченных функций. Доказывается, что обобщенное решение совпадает с классическим решением в случае, когда классическое решение существует. О.А. Олейник рассматривала вопрос о сходимости предложенного и развитого ею метода, не занимаясь вопросами численного решения задачи Стефана. Здесь важно отметить, что метод исследования О.А. Олейник не позволяет получить никакой информации о структуре границы раздела фаз и о том, в каком смысле обобщенное решение задачи удовлетворяет условию Стефана.

Далее не развивая описание истории, кратко остановимся лишь на методе, предложенном в 1958 году В.Г. Меламедом (см. [19]), поскольку предложенный в данном пункте новый метод сведения применяется (иллюстрируется) именно к однофазной задаче Стефана, постановка которой идентична постановке, рассмотренной В.Г. Меламедом в работе [19].

Итак, пусть функция $u(x,t)$ и $y(t)$ есть решение следующей задачи Стефана:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < y(t), \quad 0 < t \leq T < 1, \quad (6)$$

$$u(x, t)|_{t=0} = h(x), \quad 0 \leq x \leq y(t), \quad (7)$$

$$u(x, t)|_{x=0} = \varphi_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (8)$$

$$u(x, t)|_{x=y(t)} = \varphi_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=y(t)} = y'(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= l > 0, \\ h(l) &= \varphi_2(0), \\ \varphi_1(0) &= h(0), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где функции $h(x)$, $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ предполагаются известными функциями своих аргументов, причем для $\forall x_1, x_2 \in [0, y(t)]$ и для $\forall t_1, t_2 \in [0, T]$ справедливы неравенства $h(x_1) \cdot h(x_2) \geq 0$, $\varphi_1(t_1) \cdot \varphi_1(t_2) \geq 0$ и $\varphi_2(t_1) \cdot \varphi_2(t_2) \geq 0$, т.е. они являются знакопостоянными в рассматриваемой области.

Обратная задача Стефана состоит в определении функций $u(x, t)$ и $y(t)$ из (6)-(11).

Замечание 1. В.Г. Меламед рассматривал задачу (6)-(11) при условии $\varphi_2(t) \equiv 0$, что является частным случаем рассматриваемой нами более общей задачи Стефана.

Идея метода В.Г. Меламада состоит в следующем: сначала вводится функция

$$\nu(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} u(x, t) + \varphi_1(t) \cdot \left(\frac{x}{y(t)} - 1 \right),$$

а затем доказывается, что введенную функцию $\nu(x, t)$ можно искать в виде ряда Фурье по синусам, т.е.

$$\nu(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) \cdot \sin \frac{\pi \cdot n \cdot x}{y(t)}.$$

Далее, подчиняя искомые функции $\nu(x, t)$ и $y(t)$ краевым и начальным условиям задачи Стефана (6)-(11), В.Г. Меламед строит счетную систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения $y(t)$ и $A_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots$). Доказывается, что усечение ее до системы, содержащей первые n коэффициентов A , дает приближенное решение задачи, которое при $n \rightarrow \infty$ стремится к решению исходной задачи в некотором достаточно малом интервале времени, длина которого стремится к нулю вместе с длиной l начальной области существования рассматриваемой фазы.

В последующих работах В.Г. Меламада предложенный метод был распространен на другие задачи того же типа. В заключение отметим, что существенным достоинством метода В.Г. Меламада является его легко реализуемость на компьютерах. Именно этот факт заслуженно сделал метод В.Г. Меламада одним из распространенных методов численного решения широких классов задач стефановского типа.

Итак, снова рассмотрим однофазную задачу Стефана (6)-(11), в которой, в отличие от В.Г. Меламада, не предполагаем, что $\varphi_2(t) \equiv 0$. Такую постановку задачи Стефана в дальнейшем

Applied mathematics and mathematical physics

будем называть обобщенной задачей Стефана (в смысле, что функция $\varphi_2(t)$ тождественно не равна нулю). Нашей задачей является определение функций $u(x, t)$ и $y(t)$ из (6)-(11) при известных исходных данных l , T , $h(x)$, $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$. Для этого, с целью избавления от искомой функции $y(t)$ в области рассмотрения задачи Стефана, сначала проведем в задаче (6)-(11) невырожденное неортогональное преобразование

$$\begin{cases} x = z \cdot y(t), \\ t = \tau. \end{cases}$$

Проведя преобразование, будем иметь:

- Область $\{0 \leq x \leq y(t)\} \times \{0 \leq t \leq T\}$ преобразуется в область $\{0 \leq z \leq 1\} \times \{0 \leq \tau \leq T\}$;

$$\bullet \quad \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_{t=\tau} + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{t=\tau} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \cdot y(\tau); \quad (12)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial^2 u(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \cdot y^2(\tau); \quad (13)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \tau} \Big|_{t=\tau} + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \Big|_{t=\tau} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \cdot z \cdot y'(\tau) + \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}. \quad (14)$$

Из (12) и (13) получим, что

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{y(\tau)} \cdot \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z}, \quad y(\tau) \neq 0 \quad (15)$$

и

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{y^2(\tau)} \cdot \frac{\partial^2 u(z, \tau)}{\partial z^2}. \quad (16)$$

А из (14) получаем, что

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \cdot z \cdot y'(\tau).$$

В последнем равенстве, учитывая выражение (15), получим окончательно

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial \tau} - z \cdot \frac{y'(\tau)}{y(\tau)} \cdot \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z}. \quad (17)$$

Теперь учитывая формулы (15)-(17) в соответствующих местах задачи (6)-(11), окончательно имеем следующую преобразованную однофазную задачу Стефана в обобщенной постановке:

$$\frac{\partial u(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{y^2(\tau)} \cdot \frac{\partial^2 u(z, \tau)}{\partial z^2} + z \cdot \frac{y'(\tau)}{y(\tau)} \cdot \frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z}, \quad 0 < z < 1, \quad 0 < \tau \leq T, \quad (18)$$

$$u(z, \tau) \Big|_{\tau=0} = h(z), \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (19)$$

$$u(z, \tau) \Big|_{z=0} = \varphi_1(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad (20)$$

$$u(z, \tau) \Big|_{z=1} = \varphi_2(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad (21)$$

где функция $\varphi_2(\tau)$ тождественно не равна нулю,

$$\frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z} \Big|_{z=1} = y(\tau) \cdot y'(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= l > 0, \\ h(l) &= \varphi_2(0), \\ \varphi_1(0) &= h(0). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Теперь, как и в предыдущих пунктах данного параграфа, представим искомую функцию $u(z, \tau)$ в виде

$$u(z, \tau) = U_1(\tau) + z \cdot U_2(\tau) + \int_0^z (z - \xi) \cdot U_3(\xi, \tau) d\xi. \quad (24)$$

Учитывая в (24) граничные условия (20) и (21), получим

$$U_1(\tau) = \varphi_1(\tau),$$

$$U_2(\tau) = \varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau) - \int_0^1 (1 - \xi) \cdot U_3(\xi, \tau) d\xi.$$

Следовательно,

$$u(z, \tau) = (1 - z) \cdot \varphi_1(\tau) + z \cdot \varphi_2(\tau) + \left\{ \int_0^z \xi \cdot (z - 1) + \int_z^1 z \cdot (\xi - 1) \right\} U_3(\xi, \tau) d\xi. \quad (25)$$

Далее, подставляя представление (25) в уравнение (18), с учетом начального условия (19), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^\tau \frac{1}{y^2(\tau_1)} \cdot U_3(z, \tau_1) d\tau_1 + z \cdot \int_0^\tau \left(\ln(y(\tau_1)) \right)'_{\tau_1} \times \\ & \times \left\{ \left[\int_0^z \xi + \int_z^1 (\xi - 1) \right] U_3(\xi, \tau_1) d\xi + \varphi_2(\tau_1) - \varphi_1(\tau_1) \right\} d\tau_1 - \\ & - \left[\int_0^z \xi \cdot (z - 1) + \int_z^1 z \cdot (\xi - 1) \right] U_3(\xi, \tau) d\xi = (1 - z) \cdot \varphi_1(\tau) + z \cdot \varphi_2(\tau) - h(z). \end{aligned} \quad (26)$$

Затем, учитывая (25) в (22), получим

$$y(\tau) = \sqrt{l^2 + 2 \cdot \int_0^\tau (\varphi_2(\tau_1) - \varphi_1(\tau_1)) d\tau_1 + 2 \cdot \int_0^\tau d\tau_1 \int_0^1 \xi \cdot U_3(\xi, \tau_1) d\xi}. \quad (27)$$

Следовательно,

$$\left(\ln(y(\tau))\right)'_{\tau} = \frac{\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau) + \int_0^1 \xi \cdot U_3(\xi, \tau) d\xi}{l^2 + 2 \cdot \int_0^{\tau} (\varphi_2(\tau_1) - \varphi_1(\tau_1)) d\tau_1 + 2 \cdot \int_0^{\tau} d\tau_1 \int_0^1 \xi \cdot U_3(\xi, \tau_1) d\xi}. \quad (28)$$

Подстановки формул (27) и (28) в (26), приводят к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра для определения функции $U_3(z, \tau)$, $(z, \tau) \in [0, 1] \times [0, T]$. Вопросы существования и единственности решения полученного достаточно сложного интегрального уравнения еще не исследовались автором. Эти вопросы остаются пока открытыми. Насколько нам известно, в достаточно обширной литературе по теории нелинейных интегральных уравнений Вольтерра, к сожалению, отсутствуют исследования аналогичных интегральных уравнений. Отметим, что цель данной работы заключалась лишь в иллюстрации применимости предложенного метода сведения исходной задачи к интегральному уравнению Вольтерра. Итак, не возвращаясь к вопросу разрешимости полученного сложного нелинейного интегрального уравнения Вольтерра, отметим, что если бы функция $\bar{U}_3(z, \tau)$ была решением этого нелинейного уравнения, то по замкнутым формулам (25) и (27) можно было бы найти соответственно искомые функции $u(z, \tau)$ и $y(\tau)$. Далее, проводя обратную замену переменных по формуле

$$\begin{cases} z = \frac{x}{y(t)}, & y(t) \neq 0, \\ \tau = t, \end{cases}$$

мы можем найти искомую функцию $u(x, t)$ и границу $y(t)$ разделения фаз.

Замечание 2. Во всех выше рассмотренных (в историческом экскурсе) работах проблема Стефана интерпретировалась как проблема определения неизвестной границы фаз. Однако А.Н. Тихонов и А.А. Самарский первыми в мире указали (см. [20]) на возможность принципиально другого подхода к постановке и интерпретации задачи Стефана. А именно, первая задача Стефана является предельным при $\varepsilon \rightarrow 0$ случаем краевой задачи

$$\rho \cdot c(u) \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(k(u) \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right), \quad 0 < x < \infty,$$

$$u(x, t)|_{t=0} = u_1 \equiv \text{const} > 0,$$

$$u(x, t)|_{x=0} = u_2 \equiv \text{const} < 0,$$

если

$$k(u(x, t)) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} k_1 \equiv \text{const}, & u(x, t) < 0; \\ k_2 \equiv \text{const}, & u(x, t) > 0; \end{cases}, \quad \rho \equiv \text{const} > 0,$$

$$c(u(x, t)) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} c_1 \equiv \text{const}, & u(x, t) < 0; \\ c_2 \equiv \text{const}, & u(x, t) > 0; \end{cases}, \quad \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} c(u) du = \lambda.$$

Подобная интерпретация переносится и на задачи с неавтомоделной постановкой. Для этого необходимо ввести функцию

$$\beta(u) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{u_0}^u c(z) dz + b(u),$$

где

$$b(u) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 0, & u < 0; \\ \lambda, & u > 0; \end{cases}$$

и свести уравнение теплопроводности к квазилинейному уравнению вида

$$\frac{\partial \beta(u(x, t))}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2},$$

а затем и рассматривать для него обычные краевые задачи.

В заключение хочу выразить свою искреннюю благодарность академику Академии Наук Латвии профессору Латвийского Университета А. Буйкису за очень ценные замечания, которые учтены в данной работе. Отметим, что именно по совету профессора А. Буйкиса, который долгое время весьма успешно совместно с Л.И. Рубинштейном занимался проблемами Стефана, автор назвал рассмотренную задачу (18)-(23) обобщенной задачей Стефана.

Литература

- [1] Guseinov Sh. *One method for solutions of wide classes of mathematical physics inverse problems*. ICIAM 2003: 5th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Book-2, ICC 04₇A-05: Inverse Problems and Enterprise Modeling, Sydney, Australia, July 07-11, 2003
- [2] Buikis A. and Guseinov Sh. (2003) *Some one-dimensional coefficients inverse model problems of the heat transfer*. Proceedings of the Latvian Academy of Sciences, Section B: "Natural, Exact and Applied Sciences", Vol. 57, 3(626), 2003
- [3] Гусейнов Ш.Э., Буйкис А. (2003) Об одном методе сведения некоторых коэффициентных обратных задач к интегральным и интегро-дифференциальным уравнениям. *Труды II Международной Конференции Функциональные пространства. Дифференциальные операторы, Серия: Дифференциальные операторы и их приложения*. Москва
- [4] Guseinov Sh. (2003) One simple method for solving a class of inverse problems. *The International Colloquium on the Occasion of the 200th Anniversary of Charles François Sturm and Workshop on Sturm-Liouville Theory, Contributed Lectures*. Vol. 1, Geneva, Switzerland, September 15-19, 2003
- [5] Guseinov Sh. (2004) On the approaches for solutions of some classes of inverse heat transfer problems in layered domain. *The Fourth European Congress of Mathematics*, Vol. 1, Stockholm, Sweden, June 27-July 02, 2004
- [6] Guseinov Sh. (2003) One method for solution of classes of Mathematical Physics inverse problems. *ICMP-2003: 'XIV International Congress on Mathematical Physics*, Vol. 2, Lisbon, Portugal, July 28-August 02, 2003
- [7] Рубинштейн Л.И. (1967) *Проблема Стефана*. Звайгзне, Рига
- [8] Лейбензон Л.С. (1931) *Руководство по нефтепромышленной механике*. ГНТИ, Москва-Ленинград
- [9] Лейбензон Л.С. (1939) К вопросу об отвердевании земного шара из первоначального расплавленного состояния. *Известия АН СССР, Серия: География и геофизика*, № 6
- [10] Тихонов А.Н., Швидковский Е.Г. (1947) *К теории непрерывного слитка*. ЖТФ **17**, Вып. 2,
- [11] Гурса Э. (1933) *Курс математического анализа*. Ч. 1, Т. 3, Москва-Ленинград
- [12] Ибрагимов Н.Х. (1983) *Группы преобразований в математической физике*. Наука, Москва
- [13] Л.И.Рубинштейн. (1947) О решении задачи Стефана. *Известия АН СССР, Серия: География и геофизика*, № 1

Applied mathematics and mathematical physics

- [14] Бухгейм А.Л. (1983) *Уравнения Вольтерра и обратные задачи*. Наука, СО АН СССР, Новосибирск
- [15] Будаков Б.М., Васильев Ф.П., Успенский А.Б. (1965) Разностные методы решения некоторых краевых задач типа Стефана. *Численные методы в газовой динамике* **4**, МГУ, Москва
- [16] Васильев Ф.П. (1963) О методе конечных разностей для решения одномерной задачи Стефана. *Вычислительная математика и математическая физика* **3**, № 5
- [17] Олейник О.А. (1960) Об одном методе решения общей задачи Стефана. *Доклады АН СССР* **135**, № 5
- [18] Олейник О.А. (1959) Решение основных краевых задач для уравнения второго порядка с разрывными коэффициентами. *Доклады АН СССР* **124**, № 6
- [19] Меламед В.Г. (1958) Сведения задачи Стефана к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. *Известия АН СССР, Серия: Геофизика*, № 7
- [20] Тихонов А.Н., Самарский А.А. (1999) *Уравнения математической физики*. МГУ, Москва.

Received on the 1st of March 2006

МЕТОД СВЕДЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА–ДЕ ФРИЗА К НЕЛИНЕЙНОМУ ИНТЕГРАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Ш.Э. ГУСЕЙНОВ

*Институт Математики Академии Наук Латвии и Латвийский Университет
E-mail: sh.e.guseinov@inbox.lv*

В данной работе рассматривается нелинейная начально-краевая задача для уравнения Кортевега–де Фриза. Эта нелинейная задача с помощью нового метода, который состоит в представлении искомой функции в специальном виде, сводится к задаче для решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода.

Ключевые слова: уравнение Кортевега–де Фриза, нелинейное интегральное уравнение Вольтерра

В данной работе рассматривается вопрос о применимости описанного в [1-6] нового метода к нелинейной краевой задаче для уравнения Кортевега–де Фриза. Отметим, что данный метод, который успешно применялся и применяется к различным прямым и обратным линейным начально-краевым задачам математической физики, автором впервые применяется к некоторым нелинейным задачам математической физики таким, как нелинейные задачи для уравнений Кортевега–де Фриза и Монжа–Ампера.

Прежде чем переходить к постановке соответствующей задачи для уравнения Кортевега–де Фриза, сделаем краткий исторический экскурс (см., например, [7]) в историю возникновения уравнения Кортевега–де Фриза, а также вкратце напомним историю становления термина «солитон» в области техники.

Открытие солитона как физического явления относится к 1834 г., когда Джон Скотт Рассел, шотландский физик и талантливый инженер-изобретатель, получил предложение исследовать возможности навигации паровых судов по каналу, соединяющему Эдинбург и Глазго. В то время перевозки по каналу осуществлялись с помощью небольших барж, которые тащили лошади. Чтобы выяснить, как нужно переоборудовать баржи при замене конной тяги на паровую, Рассел начал вести наблюдения за баржами различной формы, движущимися с разными скоростями. И в ходе этих опытов он неожиданно столкнулся с совершенно необычным явлением. Дж. Рассел описал его в своем «Докладе о волнах», с которым выступил на заседании Королевского Общества в 1844 года: «...Я следил за движением баржи, которую быстро тянула по узкому каналу пара лошадей, когда баржа неожиданно остановилась. Но масса воды, которую баржа привела в движение, собралась около носа судна в состоянии бешеного движения, затем неожиданно оставила его позади, катясь вперед с огромной скоростью и принимая форму большого одиночного возвышения – округлого, гладкого и четко выраженного водяного холма. Он продолжал свой путь вдоль канала, нисколько не меняя своей формы и не снижая скорости. Я последовал за ним верхом, и когда нагнал его, он по-прежнему катился вперед со скоростью примерно 8-9 миль в час, сохранив свой первоначальный профиль возвышения длиной около тридцати футов и высотой от фута до полутора футов. Его высота постепенно уменьшалась, и после одной или двух миль погони я потерял его в изгибах канала».

Рассел назвал обнаруженное им явление «уединенной волной трансляции» (wave of translation). Однако его сообщение признанные авторитеты в области гидродинамики, Джордж Эйри и Джордж Стокс, полагавшие, что волны при движении на большие расстояния не могут сохранять свою форму, восприняли скептически. Для этого у них были все основания: они исходили из общепринятых в то время уравнений гидродинамики. Признание «уединенной» волны, которая гораздо позже, в 1965 году, учеными из Принстонского университета Н. Забуски и М. Краскалом, была названа солитоном («solitary wave»), произошло еще при жизни Рассела. Труды нескольких математиков доказали, что так называемая «уединенная» волна может существовать. Кроме того, были повторены и подтверждены опыты Рассела. Однако споры вокруг солитона все же еще долго не прекращались – слишком велик был авторитет Эйри и Стокса.

Окончательную ясность в проблему внесли голландский ученый Дидерик Иоханнес Кортевег и его ученик Густав де Фриз. В 1895 году, через тринадцать лет после смерти Рассела, они нашли точное уравнение, волновые решения которого полностью описывают происходящие процессы. В первом приближении это можно пояснить следующим образом. Волны Кортевега–де Фриза имеют несинусоидальную форму и становятся синусоидальными только в том случае, когда их амплитуда очень мала. При увеличении длины волны они приобретают вид далеко отнесенных друг от друга горбов, а при очень большой длине волны остается один горбик, который и соответствует «уединенной» волне. Уравнение Кортевега–де Фриза имело очень большое значение для развития науки во второй половине XX века, когда физики поняли его универсальность и возможность приложения к волнам различной природы. Уравнение Кортевега–де Фриза описывает нелинейные волны, что сопряжено с определенными трудностями, большими, чем при исследовании линейных волн. Линейные волны подчиняются принципу суперпозиции, т.е. при наложении нескольких линейных волн форма результирующей волны определяется простым сложением исходных волн. Это происходит потому, что каждая волна распространяется в среде независимо от других, между ними нет ни обмена энергией, ни иного взаимодействия, они свободно проходят одна через другую. Иными словами, принцип суперпозиции означает независимость волн, и именно поэтому их можно складывать. При обычных условиях это справедливо для звуковых, световых и радиоволн, а также для волн, которые рассматриваются в квантовой теории. Но для волн в жидкости это не всегда верно: складывать можно лишь волны очень малой амплитуды. Если попытаться сложить волны Кортевега–де Фриза, то вообще нельзя получить волну, которая может существовать: уравнения гидродинамики нелинейны. Здесь важно подчеркнуть, что свойство линейности акустических и электромагнитных волн соблюдается, как было уже отмечено, при обычных условиях, под которыми подразумеваются, прежде всего, небольшие амплитуды волн. Но что значит «небольшие амплитуды»? Амплитуда звуковых волн определяет громкость звука, световых – интенсивность света, а радиоволн – напряженность электромагнитного поля. Радиовещание, телевидение, телефонная связь, компьютеры, осветительные приборы и многие другие устройства работают в тех самых «обычных условиях», имея дело с разнообразными волнами малой амплитуды. Если же амплитуда резко увеличивается, волны теряют линейность, и тогда возникают новые явления. В акустике давно известны ударные волны, распространяющиеся со сверхзвуковой скоростью. Примеры ударных волн – раскаты грома во время грозы, звуки выстрела и взрыва и даже хлопанье кнута: его кончик движется быстрее звука. Нелинейные световые волны получают с помощью мощных импульсных лазеров. Прохождение таких волн через различные среды меняет свойства самих сред; наблюдаются совершенно новые явления, составляющие предмет изучения нелинейной оптики. Например, возникает световая волна, длина которой в два раза меньше, а частота, соответственно, вдвое больше, чем у входящего света (происходит генерация второй гармоники). Если направить на нелинейный кристалл, скажем, мощный лазерный пучок с длиной волны $\ell_1 = 1,06$ мкм (инфракрасное излучение, невидимое глазом), то на выходе кристалла возникает, кроме инфракрасного, зеленый свет с длиной волны $\ell_2 = 0,53$ мкм. Если нелинейные звуковые и световые волны образуются только в особых условиях, то гидродинамика нелинейна по самой своей природе. А поскольку гидродинамика проявляет нелинейность уже в самых простых явлениях, почти столетие она развивалась в полной изоляции от линейной физики. Дело в том, что никому просто не приходило в голову искать что-либо похожее на «уединенную» волну Рассела в других волновых явлениях. И только тогда, когда были разработаны новые области физики – нелинейные акустика, радиофизика и оптика – исследователи вспомнили о солитоне Рассела и задались вопросом: только ли в воде может наблюдаться подобное явление? Для этого надо было понять общий механизм образования солитона. Условие нелинейности оказалось необходимым, но недостаточным: от среды требовалось еще что-то, чтобы в ней смогла родиться «уединенная» волна. И в результате исследований стало ясно – недостающим условием оказалось наличие дисперсии среды. Как известно, дисперсией называется зависимость скорости распространения фазы волны (так называемой фазовой скорости) от частоты или, что то же самое, длины волны. Несинусоидальную волну любой формы по известной теореме Фурье можно представить совокупностью простых синусоидальных составляющих с различными частотами (длинами волн), амплитудами и начальными фазами. Эти составляющие из-за дисперсии распространяются с различными фазовыми скоростями, что приводит к размыванию формы волны при ее распространении. Но солитон, который также можно представить как сумму указанных составляющих, при движении свою форму сохраняет. Почему это происходит? Вспомним, что солитон – волна нелинейная. Именно из-за нелинейности оказывается,

что солитон возникает тогда, когда эффект нелинейности, делающий «горб» солитона более крутым и стремящийся его опрокинуть, уравнивается дисперсией, делающей его более пологим и стремящейся его размыть. Другими словами, солитон возникает на стыке нелинейности и дисперсии, которые компенсируют друг друга. Например, предположим, что на поверхности воды образовался горбик, который начал перемещаться. Посмотрим, что будет, если не учитывать дисперсию. Скорость нелинейной волны зависит от амплитуды (у линейных волн такой зависимости нет). Быстрее всех будет двигаться вершина горбика, и в некоторый следующий момент его передний фронт станет круче. Крутизна фронта увеличивается, и с течением времени произойдет «опрокидывание» волны. Подобное опрокидывание волн наблюдается во время прибоя на морском берегу. Теперь посмотрим, к чему приводит наличие дисперсии. Первоначальный горбик можно представить суммой синусоидальных составляющих с различными длинами волн. Длинноволновые составляющие бегут с большей скоростью, чем коротковолновые, и, следовательно, уменьшают крутизну переднего фронта, в значительной степени выравнивая его. При определенной форме и скорости горбика может наступить полное восстановление первоначальной формы, и тогда образуется солитон. Кроме того, одно из удивительных свойств «уединенных» волн состоит в том, что они во многом подобны частицам. Например, при столкновении два солитона не проходят друг через друга, как обычные линейные волны, а как бы отталкиваются друг от друга, как при столкновении эластичных шариков. На воде могут возникать солитоны и другого типа, названные групповыми, так как их форма весьма сходна с группами волн, которые в реальности наблюдаются вместо бесконечной синусоидальной волны и перемещаются с групповой скоростью. Групповой солитон весьма напоминает амплитудно-модулированные электромагнитные волны; его огибающая является несинусоидальной, она описывается более сложной функцией – гиперболическим секансом. Скорость такого солитона не зависит от амплитуды, и этим он отличается от солитонов Кортевега–де Фриза. Под огибающей, как правило, находится не более 14-20 волн. Самая высокая волна в группе оказывается, таким образом, в интервале от седьмой до десятой. Именно отсюда и возникло известное выражение «девятый вал». Кроме вышеперечисленных, существуют и другие типы солитонов, например солитоны в твердых кристаллических телах – так называемые дислокации (они напоминают «дырки» в кристаллической решетке и тоже способны перемещаться), родственные им магнитные солитоны в ферромагнетиках (например, в железе), солитоноподобные нервные импульсы в живых организмах и многие другие. В связи с «популярностью» солитонов в последние годы ограничимся лишь кратким рассмотрением оптических солитонов. Оптические солитоны в последнее время привлекли внимание физиков возможностью их использования в весьма перспективных линиях оптической связи. Оптический солитон является типичным групповым солитоном. Его образование можно уяснить на примере одного из нелинейно-оптических эффектов – так называемой самоиндуцированной прозрачности. Этот эффект заключается в том, что среда, поглощающая свет небольшой интенсивности (т.е. непрозрачная), внезапно становится прозрачной при прохождении сквозь нее мощного светового импульса. Чтобы понять, почему это происходит, вспомним, чем обусловлено поглощение света в веществе. Дело в том, что световой квант, взаимодействуя с атомом, отдает ему энергию и переводит на более высокий энергетический уровень, то есть в возбужденное состояние. Фотон при этом исчезает, т.е. среда поглощает свет. После того как все атомы среды возбуждаются, поглощение световой энергии прекращается – среда становится прозрачной. Но такое состояние не может длиться долго: фотоны, летящие следом, заставляют атомы возвращаться в исходное состояние, испуская кванты той же частоты. Именно это и происходит, когда через такую среду направляется короткий световой импульс большой мощности соответствующей частоты. Передний фронт импульса перебрасывает атомы на верхний уровень, частично при этом поглощаясь и становясь слабее. Максимум импульса поглощается уже меньше, а задний фронт импульса стимулирует обратный переход с возбужденного уровня к основному. Атом излучает фотон, его энергия возвращается импульсу, который и проходит через среду. При этом форма импульса оказывается соответствующей групповому солитону. Использование оптических солитонов, сохраняющих свою форму при распространении, позволяет осуществить полностью оптическую передачу сигнала на расстояния до 5-6 тысяч километров. Однако, на пути создания «солитонной линии» имеются существенные трудности, которые удалось преодолеть лишь недавно. Возможность существования солитонов в оптическом волокне предсказал еще в 1972 году известный физик-теоретик Акира Хасегава, сотрудник фирмы «Bell Laboratories» (США, штат Нью-Джерси). Но в то время еще не было световодов с низкими потерями в тех областях длин волн, где можно наблюдать солитоны. Дело в том, что оптические солитоны могут распространяться только в световоде с небольшим, но конечным значением дисперсии. Однако

оптического волокна, сохраняющего требуемое значение дисперсии во всей спектральной ширине многоканального передатчика, просто не существует. Это делает «обычные» солитоны непригодными для использования в сетях с длинными линиями передачи. Поэтому необходимы другие, «необычные» солитоны. Подходящая солитонная технология создавалась в течение ряда лет под руководством Линна Молленауэра, ведущего специалиста Отдела оптических технологий фирмы «Bell Laboratories». В основу этой технологии легла разработка оптических волокон с управляемой дисперсией, позволившая создать солитоны, форма импульсов которых может поддерживаться неограниченно долго. При обычной передаче по оптико-волоконным линиям связи сигнал должен подвергаться усилению через каждые 80-100 километров (услителем может служить сам световод при его накачке светом определенной длины волны). Через каждые 500-600 километров приходится устанавливать ретранслятор, преобразующий оптический сигнал в электрический с сохранением всех его параметров, а затем вновь в оптический сигнал для дальнейшей передачи. Без этих мер сигнал на расстоянии, превышающем 500 километров, искажается до неузнаваемости. Стоимость этого оборудования очень высока: передача одного терабита (1024 бит) информации из Сан-Франциско в Нью-Йорк обходится в 200 миллионов долларов на каждую ретрансляционную станцию. Вкратце, метод управления состоит в следующем: величина дисперсии по длине волоконного световода периодически изменяется между отрицательным и положительным значениями. В первой секции световода импульс расширяется и сдвигается в одном направлении. Во второй секции, имеющей дисперсию противоположного знака, происходят сжатие импульса и сдвиг в обратном направлении, в результате чего его форма восстанавливается. При дальнейшем движении импульс опять расширяется, затем входит в следующую зону, компенсирующую действие предыдущей зоны, и так далее, т.е. происходит циклический процесс расширений и сжатий. Импульс испытывает пульсацию по ширине с периодом, равным расстоянию между оптическими усилителями обычного световода (от 80 до 100 километров). В результате, по заявлению Л.Молленауэра, сигнал при объеме информации более 1 терабита может пройти без ретрансляции, по меньшей мере, 5-6 тысяч километров со скоростью передачи 10 гигабит в секунду на канал без каких-либо искажений.

Заканчивая вышеизложенный исторический экскурс, следуя фундаментальной монографии [8], отметим, что существующие чисто математические исследования и результаты по данной тематике, в основном, являются уточнением тех или иных математических моделей с помощью численных результатов, полученных при проведении реальных физических экспериментов. Поэтому можно сказать, что до сих пор не существует (см. [8]) какой-либо законченной и общей математической концепции, по которой можно было бы априорно дать ответ о разрешимости как рассматриваемой ниже задачи (1)-(5), так и класса задач, подобных этой.

Уравнение Кортевега–де Фриза имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \eta(x,t)}{\partial t} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3}{2} \cdot \alpha \cdot \eta(x,t) + \frac{1}{2} \cdot \eta^2(x,t) + \frac{1}{3} \cdot \sigma \cdot \frac{\partial^2 \eta(x,t)}{\partial x^2} \right),$$

где $\sigma = \frac{l^3}{3} - \frac{T \cdot l}{\rho \cdot g}$, l есть глубина канала, α есть произвольная константа, T является поверхностным натяжением, ρ есть плотность жидкости.

Как показано в работе [8], изменением масштаба (с помощью инвариантных групповых преобразований Н.Х. Ибрагимова, см., например, [9]), это уравнение легко приводится к следующему виду:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 6 \cdot u(x,t) \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x^3}. \quad (1)$$

Теперь переходим к математической постановке задачи. Пусть функция $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,l] \times [0,T]\}$ удовлетворяет уравнению Кортевега–де Фриза (1) в открытой области $(x,t) \in (0,l) \times (0,T]$, начальному условию

$$u(x,t)|_{t=0} = h(x), \quad x \in [0,l] \quad (2)$$

и граничным условиям

$$u(x, t)|_{x=0} = \varphi_1(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

$$u(x, t)|_{x=l} = \varphi_2(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

$$\varphi_3(t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad t \in [0, T]. \quad (5)$$

Задача состоит в определении функции $u(x, t)$ из (1)-(5) при известных исходных данных $l, T \in \mathbb{R}^1$, $h(x) \in C^1[0, l]$, $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t) \in C^1[0, T]$, причем $h(0) = \varphi_1(0)$, $h(l) = \varphi_2(0)$ и $h'(0) = \varphi_3(0)$.

Теперь переходим к решению поставленной задачи (1)–(4). Для этого представим искомую функцию $u(x, t)$ в следующем виде:

$$u(x, t) = U_1(t) + x \cdot U_2(t) + \frac{x^2}{2} \cdot U_3(t) + \frac{1}{2} \cdot \int_0^x (x - \xi)^2 \cdot U_4(\xi, t) d\xi. \quad (6)$$

Учитывая сначала граничное условие (3), а затем и граничное условие (5) в представлении (6), легко получим

$$U_1(t) \equiv \varphi_1(t),$$

$$U_2(t) \equiv \varphi_3(t).$$

Следовательно,

$$u(x, t) = \varphi_1(t) + x \cdot \varphi_3(t) + \frac{x^2}{2} \cdot U_3(t) + \frac{1}{2} \cdot \int_0^x (x - \xi)^2 \cdot U_4(\xi, t) d\xi.$$

Отсюда, а также из условия (4) получим, что

$$u(x, t) = \frac{l^2 - x^2}{l^2} \cdot \varphi_1(t) + \frac{x^2}{l^2} \cdot \varphi_2(t) + \frac{x \cdot (l - x)}{l} \cdot \varphi_3(t) + \left\{ \int_0^x \frac{\xi \cdot (l - x) \cdot (l \cdot (\xi - x) - x \cdot (l - \xi))}{2 \cdot l^2} - \int_x^l \left(\frac{x \cdot (l - \xi)}{\sqrt{2} \cdot l} \right)^2 \right\} U_4(\xi, t) d\xi. \quad (7)$$

Введем следующие операторы специального вида:

$$B_\xi \bullet \equiv \left\{ \int_0^\xi \left(\frac{(\xi - \xi_1)}{\sqrt{2}} \right)^2 - \int_0^l \left(\frac{\xi \cdot (l - \xi_1)}{\sqrt{2} \cdot l} \right)^2 \right\} \bullet d\xi_1,$$

$$C_\xi \bullet \equiv \left\{ \int_0^\xi (\xi - \xi_1) - \int_0^l \xi \cdot \left(\frac{l - \xi_1}{l} \right)^2 \right\} \bullet d\xi_1.$$

Тогда, учитывая (7) в уравнении (1) и воспользовавшись начальным условием (2), после некоторых достаточно трудоемких преобразований, получим окончательно

$$B_x U_4(\xi, t) + \int_0^t U_4(x, \tau) d\tau - 6 \cdot \int_0^t B_x U_4(\xi, \tau) \cdot C_x U_4(\xi, \tau) d\tau -$$

$$- 6 \cdot \int_0^t A'_x(x, \tau) \cdot B_x U_4(\xi, \tau) d\tau - 6 \cdot \int_0^t A(x, \tau) \cdot C_x U_4(\xi, \tau) d\tau = F(x, t), \quad (8)$$

где правая часть

$$F(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} h(x) - A(x, t) + 3 \cdot \int_0^t \left(A^2(x, \tau) \right)'_x d\tau \quad (9)$$

является известной функцией. В (9) функция $A(x, t)$ определяется формулой

$$A(\xi, \tau) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{l^2 - \xi^2}{l^2} \cdot \varphi_1(\tau) + \frac{\xi^2}{l^2} \cdot \varphi_2(\tau) + \frac{\xi \cdot (l - \xi)}{l} \cdot \varphi_3(\tau).$$

Уравнение (8) с правой частью (9) является нелинейным интегральным уравнением типа Вольтерра второго рода. Уравнения подобного типа достаточно подробно изучены в некоторых специальных монографиях, докторских диссертациях и статьях по нелинейным интегральным уравнениям (см., например, [10-17] и список соответствующей литературы в них). В этих работах разными способами обосновано существование решения нелинейного интегрального уравнения подобного типа, например, доказано, что принцип сжатых отображений применим к уравнению (8) и при некоторых условиях, накладываемых на правую часть и ядро, данное уравнение можно решить методом последовательных приближений Пикара.

Итак, решив интегральное уравнение (8) с правой частью (9), мы можем найти неизвестную функцию $U_4(x, t)$. Затем по формуле (17) легко находится искомая функция $u(x, t)$, которая удовлетворяет задаче (1)-(5).

В заключение хочу выразить свою искреннюю благодарность академику Академии Наук Латвии профессору Латвийского Университета А. Буйкису и профессору Института Менеджмента Информационных Систем Ю.Н. Шунину за полезные консультации.

Кроме того, не могу не высказать особую признательность профессору Латвийского Университета Х. Калису за ценные замечания при тщательной проверке первого варианта данной работы. Все они учтены автором.

Литература

- [1] Guseinov Sh. (2003) One method for solutions of wide classes of mathematical physics inverse problems. *ICIAM 2003: 5th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Book-2, ICC 04.A-05: Inverse Problems and Enterprise Modeling*. Sydney, Australia, July 07-11, 2003.
- [2] Buikis A. and Guseinov Sh. (2003) Some one-dimensional coefficients inverse model problems of the heat transfer. *Proceedings of the Latvian Academy of Sciences, Section B: Natural, Exact and Applied Sciences*, **57**, 3(626)
- [3] Гусейнов Ш.Э., Буйкис А. (2003) Об одном методе сведения некоторых коэффициентных обратных задач к интегральным и интегро-дифференциальным уравнениям. *Труды II Международной Конференции "Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Серия: Дифференциальные операторы и их приложения*. Москва,
- [4] Guseinov Sh. (2003) One simple method for solving a class of inverse problems. *The International Colloquium on the Occasion of the 200th Anniversary of Charles François Sturm and Workshop on Sturm-Liouville Theory, Contributed Lectures*. Vol. 1, Geneva, Switzerland, September 15-19, 2003.
- [5] Guseinov Sh. (2004) On the approaches for solutions of some classes of inverse heat transfer problems in layered domain. *The Fourth European Congress of Mathematics*. Vol. 1, Stockholm, Sweden, June 27-July 02, 2004.
- [6] Guseinov Sh. (2003). One method for solution of classes of Mathematical Physics inverse problems. *ICMP-2003: "XIV International Congress on Mathematical Physics*. Vol. 2, Lisbon, Portugal, July 28-August 02, 2003.
- [7] Филиппов А.Т. (1990) *Многоликий солитон*. Наука, Москва
- [8] Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. (1988) *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*. Мир, Москва
- [9] Ибрагимов Н.Х. (1983) *Группы преобразований в математической физике*. Наука, Москва

Applied mathematics and mathematical physics

- [10] Тихонов А.Н. (1936) *О функциональных уравнениях типа Вольтерра и их приложение к уравнениям математической физики*. Докторская диссертация, МГУ, 1936.
- [11] Тихонов А.Н. (1938) *О функциональных уравнениях типа Volteira и их применениях к некоторым задачам математической физики*. Бюл. МГУ, Секция А: Серия «Математика и механика», Т. 1, Вып. 8.
- [12] Бухгейм А.Л. (1983) *Уравнения Вольтерра и обратные задачи*.: Наука, СО АН СССР, Новосибирск
- [13] Бухгейм А.Л. (1988) *Введение в теории обратных задач*. Наука, СО АН СССР, Новосибирск
- [14] Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустыльник Е.И., Соболевский П.Е. (1966) *Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций*. Наука, Москва. 500 с.
- [15] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. (1968) *Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы*. Наукова думка, Киев
- [16] Вольтерра В. (1982) *Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений*. Наука, Москва.
- [17] Вольтерра В. (1976) *Математическая теория борьбы за существование*. Наука, Москва

Received on the 1st of March 2006

МЕТОД СВЕДЕНИЯ ОБЩЕЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ МОНЖА–АМПЕРА К НЕЛИНЕЙНОМУ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

Ш.Э. ГУСЕЙНОВ

Институт Математики Академии Наук Латвии и Латвийский Университет
E-mail: sh.e.guseinov@inbox.lv

В данной работе рассматривается нелинейная краевая задача для уравнения Монжа–Ампера. Эта нелинейная задача с помощью нового метода, который состоит в представлении искомой функции в специальном виде, сводится к задаче для решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения Вольтерра.

Ключевые слова: уравнение Монжа–Ампера, нелинейное интегро-дифференциальное уравнение типа Вольтерра

В данной работе рассматривается вопрос о применимости описанного в [1-6] нового метода к нелинейной краевой задаче для уравнения Монжа–Ампера. Отметим, что данный метод, который успешно применялся и применяется к различным прямым и обратным линейным начально-краевым задачам математической физики, автором впервые применяется к некоторым нелинейным задачам математической физики таким, как нелинейные задачи для уравнений Кортевега–де Фриза и Монжа–Ампера.

Уравнение Монжа–Ампера возникает (см., например, [7,8]) при решении некоторых задач газовой динамики, метеорологии, обратных задач дифференциальной геометрии и т.д. В работе [8] (см. также список соответствующей литературы в ней) систематически изложены некоторые инвариантные решения уравнения Монжа–Ампера. Там же приведена групповая классификация различных моделей, сопряженных с задачами для уравнения Монжа–Ампера.

Пусть функция $u(x, y)$, $(x, y) \in [0, l_1] \times [0, l_2]$ удовлетворяет уравнению Монжа–Ампера

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = & A\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right) \cdot \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \\ & + B\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right) \cdot \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} + C\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right) \cdot \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} + \\ & + \left[\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} \right]^2, \quad 0 < x < l_1, \quad 0 < y < l_2 \end{aligned} \quad (1)$$

и следующим условиям:

$$u(x, y)|_{x=0} = \varphi_1(y), \quad y \in [0, l_2], \quad (2)$$

$$u(x, y)|_{y=0} = \varphi_2(x), \quad x \in [0, l_1], \quad (3)$$

$$u(x, y)|_{x=l_1} = \varphi_3(y), \quad y \in [0, l_2], \quad (4)$$

$$u(x, y)|_{y=l_2} = \varphi_4(x), \quad x \in [0, l_1]. \quad (5)$$

Applied mathematics and mathematical physics

Кроме того, пусть функции $\varphi_1(y) \in C^2[0, l_2]$, $\varphi_2(x) \in C^2[0, l_1]$, $\varphi_3(y) \in C[0, l_2]$, $\varphi_4(x) \in C[0, l_1]$ удовлетворяют условиям согласованности, т.е.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(0) &= \varphi_2(0), \\ \varphi_1(l_2) &= \varphi_4(0), \\ \varphi_2(l_1) &= \varphi_3(0), \\ \varphi_3(l_2) &= \varphi_4(l_1). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В (1) от коэффициентных функций $A\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right)$, $B\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right)$ и $C\left(x, y, u, \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right)$ требуются непрерывная дифференцируемость по каждому из своих аргументов. В дальнейшем покажем, что от этих коэффициентов-функций достаточно требовать ограниченности ее частных производных первого порядка по переменным x и y .

Итак, задача состоит в определении функции $u(x, y)$ из (1)–(6). Для ее решения снова разложим искомую функцию $u(x, y)$:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= U_1(x) + U_2(y) + y \cdot U_3(x) + x \cdot U_4(y) + \int_0^x (x - \xi) \cdot U_5(\xi, y) d\xi + \\ &+ \int_0^y (y - \eta) \cdot U_6(x, \eta) d\eta + \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta. \end{aligned} \quad (7)$$

Учтем (2)–(5) в (7). Тогда имеем

$$\left. \begin{aligned} U_1(0) + U_2(y) + y \cdot U_3(0) + \int_0^y (y - \eta) \cdot U_6(0, \eta) d\eta &= \varphi_1(y), \\ U_1(l_1) + U_2(y) + y \cdot U_3(l_1) + l_1 \cdot U_4(y) + \int_0^{l_1} (l_1 - \xi) \cdot U_5(\xi, y) d\xi + \\ + \int_0^y (y - \eta) \cdot U_6(l_1, \eta) d\eta + \int_0^{l_1} d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta &= \varphi_3(y), \\ U_1(x) + U_2(0) + x \cdot U_4(0) + \int_0^x (x - \xi) \cdot U_5(\xi, 0) d\xi &= \varphi_2(x), \\ U_1(x) + U_2(l_2) + l_2 \cdot U_3(x) + x \cdot U_4(l_2) + \int_0^x (x - \xi) \cdot U_5(\xi, l_2) d\xi + \\ + \int_0^{l_2} (l_2 - \eta) \cdot U_6(x, \eta) d\eta + \int_0^x d\xi \int_0^{l_2} U_7(\xi, \eta) d\eta &= \varphi_4(x), \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} 0 \leq y \leq l_2, \\ 0 \leq x \leq l_1. \end{aligned}$$

Отсюда и из разложения (7), учитывая условия согласованности (6), получим

$$\begin{aligned} 3 \cdot u(x, y) &= -\varphi_1(0) + \frac{2 \cdot l_1 - x}{l_1} \cdot \varphi_1(y) + \frac{2 \cdot l_2 - y}{l_2} \cdot \varphi_2(x) + \frac{x}{l_1} \cdot \varphi_3(y) + \frac{y}{l_2} \cdot \varphi_4(x) - \\ &- I_{x, \xi} U_5(\xi, y) - I_{y, \eta} U_6(x, \eta) + \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta, \end{aligned} \quad (8)$$

где нововведенный оператор $I_{\alpha,\beta}$ есть интегральный оператор специального вида

$$I_{\alpha,\beta} \bullet \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \int_0^\alpha \frac{(l(\alpha) - \alpha) \cdot \beta}{l(\alpha)} + \int_\alpha^{l(\alpha)} \frac{(l(\alpha) - \beta) \cdot \alpha}{l(\alpha)} \right\} \bullet d\beta. \quad (9)$$

$$\text{Здесь } l(\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} l_1, & \alpha = x, \\ l_2, & \alpha = y. \end{cases}$$

Теперь учтем формулы (8) в уравнении Монжа–Ампера (1). Тогда получим, что существуют следующие отношения-зависимости между пока что неизвестными функциями $U_5(x, y)$, $U_6(x, y)$ и $U_7(x, y)$:

$$\int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta + I_{x,\xi} U_5(\xi, y) = \varphi_1(0) - \frac{x}{l_1} \cdot \varphi_1(y) - \varphi_2(x) + \frac{x}{l_1} \cdot \varphi_3(y), \quad (10)$$

$$\int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta + I_{y,\eta} U_6(x, \eta) = \varphi_1(0) - \varphi_1(y) - \frac{y}{l_2} \cdot \varphi_2(x) + \frac{y}{l_2} \cdot \varphi_4(x), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} U_7(x, y) \cdot \left\{ U_7(x, y) + B\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \right\} &= U_5(x, y) \cdot \{ U_6(x, y) - \\ &- A\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \} - C\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \cdot U_6(x, y). \end{aligned} \quad (12)$$

Из (10) получаем, что отношение между функциями $U_5(x, y)$ и $U_7(x, y)$ имеет вид

$$U_5(x, y) = \int_0^y \frac{\partial U_7(x, \eta)}{\partial x} d\eta + \varphi_2''(x). \quad (13)$$

Аналогично из (11) получаем, что отношение между функциями $U_6(x, y)$ и $U_7(x, y)$ имеет вид

$$U_6(x, y) = \int_0^x \frac{\partial U_7(\xi, y)}{\partial y} d\xi + \varphi_1''(y). \quad (14)$$

Учитывая (13) и (14) в (12), получим

$$\begin{aligned} U_7^2(x, y) + \bar{B}(x, y, U_7(x, y)) \cdot U_7(x, y) - \int_0^y \frac{\partial U_7(x, \eta)}{\partial x} d\eta \cdot \int_0^x \frac{\partial U_7(\xi, y)}{\partial y} d\xi - \\ - \left[\varphi_2''(x) - \bar{C}(x, y, U_7(x, y)) \right] \cdot \int_0^x \frac{\partial U_7(\xi, y)}{\partial y} d\xi - \left[\varphi_1''(y) - \bar{A}(x, y, U_7(x, y)) \right] \times \\ \times \int_0^y \frac{\partial U_7(x, \eta)}{\partial x} d\eta = \varphi_1''(y) \cdot \varphi_2''(x) - \bar{A}(x, y, U_7(x, y)) \cdot \varphi_2''(x) - \\ - \bar{C}(x, y, U_7(x, y)) \cdot \varphi_1''(y), \end{aligned} \quad (15)$$

где для компактности записи обозначены

$$\begin{aligned}\bar{A}(x, y, U_7(x, y)) &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{A} \left(x, y, \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta, \int_0^y U_7(x, \eta) d\eta, \int_0^x U_7(\xi, y) d\xi \right), \\ \bar{B}(x, y, U_7(x, y)) &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{B} \left(x, y, \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta, \int_0^y U_7(x, \eta) d\eta, \int_0^x U_7(\xi, y) d\xi \right), \\ \bar{C}(x, y, U_7(x, y)) &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{C} \left(x, y, \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) d\eta, \int_0^y U_7(x, \eta) d\eta, \int_0^x U_7(\xi, y) d\xi \right).\end{aligned}$$

Заменив в (2.1.24) переменные x и y соответственно на ξ и η , а затем, интегрировав полученное равенство по переменной ξ от 0 до x и по переменной η от 0 до y , получим

$$\begin{aligned}& \int_0^x d\xi \int_0^y \bar{B}(\xi, \eta, U_7(\xi, \eta)) \cdot U_7(\xi, \eta) d\eta - \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, y) \cdot U_7(x, \eta) d\eta + \\& + \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) \cdot [U_7(x, \eta) - U_7(\xi, y)] d\eta - \int_0^x [\varphi_2'(x) - \varphi_2'(\xi)] \cdot U_7(\xi, y) d\xi + \\& + \int_0^x d\xi \int_\xi^x \bar{C}(\xi_1, y, U_7(\xi_1, y)) \cdot U_7(\xi, y) d\xi_1 - \int_0^x d\xi \int_0^y d\eta \int_\xi^x \frac{\partial \bar{C}(\xi_1, \eta, U_7(\xi_1, \eta))}{\partial \eta} \cdot U_7(\xi, \eta) d\xi_1 - \\& - \int_0^y [\varphi_1'(y) - \varphi_1'(\eta)] \cdot U_7(x, \eta) d\eta + \int_0^y d\eta \int_\eta^x \bar{A}(x, \eta_1, U_7(x, \eta_1)) \cdot U_7(x, \eta) d\eta_1 - \\& - \int_0^x d\xi \int_0^y d\eta \int_\eta^y \frac{\partial \bar{A}(\xi, \eta_1, U_7(\xi, \eta_1))}{\partial \xi} \cdot U_7(\xi, \eta) d\eta_1 = [\varphi_2'(x) - \varphi_2'(0)] \cdot [\varphi_1'(y) - \varphi_1'(0)] - \\& - \int_0^x d\xi \int_\xi^x [\bar{A}(\xi, \eta, U_7(\xi, \eta)) \cdot \varphi_2''(\xi) + \bar{C}(\xi, \eta, U_7(\xi, \eta)) \cdot \varphi_1''(\eta)] d\eta.\end{aligned}\quad (16)$$

Уравнение (16) является сложным интегро-дифференциальным уравнением для нахождения функции $U_7(x, y)$. При определенных условиях (см., например, [9]–[18] и список соответствующей литературы в них), накладываемых на исходные данные $\varphi_1(y)$ и $\varphi_2(x)$, а также на коэффициенты \bar{A} , \bar{B} и \bar{C} , можно показать, что (см. упомянутые работы) принцип сжатых отображений применим к уравнению (16), и данное уравнение решается методом последовательных приближений Пикара.

Заметим, что интегро-дифференциальное уравнение (16) превращается в более простое нелинейное интегро-дифференциальное уравнение первого рода, если коэффициенты \bar{A} , \bar{B} и \bar{C} являются функциями лишь аргументов x и y . В этом случае, для разрешимости полученного

нелинейного интегрального уравнения необходимо требовать, чтобы $\frac{\partial \bar{A}(x, y)}{\partial x}$ и $\frac{\partial \bar{C}(x, y)}{\partial y}$

были ограниченными.

Итак, при вышеупомянутых условиях неизвестная функция $U_7(x, y)$ находится из следующего нелинейного интегрального уравнения первого рода методом простых итераций

(вернее, вместо исходного уравнения первого рода рассматривается и решается нелинейное интегральное уравнение второго рода, которое получается из исходного уравнения добавлением слагаемого $\theta \cdot U_7(x, y)$ в левую часть уравнения, где параметр θ является достаточно малым по модулю значения):

$$\begin{aligned}
 & \int_0^x d\xi \int_0^y \bar{B}(\xi, \eta) \cdot U_7(\xi, \eta) d\eta - \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, y) \cdot U_7(x, \eta) d\eta + \\
 & + \int_0^x d\xi \int_0^y U_7(\xi, \eta) \cdot [U_7(x, \eta) - U_7(\xi, y)] d\eta - \int_0^x [\varphi_2'(x) - \varphi_2'(\xi)] \cdot U_7(\xi, y) d\xi + \\
 & + \int_0^x d\xi \int_\xi^x \bar{C}(\xi_1, y) \cdot U_7(\xi, y) d\xi_1 - \int_0^x d\xi \int_0^y d\eta \int_\xi^x \frac{\partial \bar{C}(\xi_1, \eta)}{\partial \eta} \cdot U_7(\xi, \eta) d\xi_1 - \\
 & - \int_0^y [\varphi_1'(y) - \varphi_1'(\eta)] \cdot U_7(x, \eta) d\eta + \int_0^y d\eta \int_\eta^y \bar{A}(x, \eta_1) \cdot U_7(x, \eta) d\eta_1 - \\
 & - \int_0^x d\xi \int_0^y d\eta \int_\eta^y \frac{\partial \bar{A}(\xi, \eta_1)}{\partial \xi} \cdot U_7(\xi, \eta) d\eta_1 = [\varphi_2'(x) - \varphi_2'(0)] \cdot [\varphi_1'(y) - \varphi_1'(0)] - \\
 & - \int_0^x d\xi \int_\xi^x [\bar{A}(\xi, \eta) \cdot \varphi_2''(\xi) + \bar{C}(\xi, \eta) \cdot \varphi_1''(\eta)] d\eta.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Определив из уравнения (17) искомую функцию $U_7(x, y)$, по формулам (13) и (14) находим функции $U_5(x, y)$ и $U_6(x, y)$. Следовательно, по формуле (8) легко определяется изначально искомая функция $u(x, y)$, которая удовлетворяет задаче (1)-(6).

В заключение хочу выразить свою искреннюю благодарность академику Академии Наук Латвии профессору Латвийского Университета А. Буйкису за полезные консультации и огромную моральную поддержку, без которого автор не смог бы завершить эту достаточно сложную работу.

Я также сердечно благодарю профессора Латвийского Университета Х.Калиса за очень ценные замечания при тщательной проверке первого варианта данной работы.

Литература

- [1] Guseinov Sh. (2003) One method for solutions of wide classes of mathematical physics inverse problems. *ICIAM 2003: 5th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Book-2, ICC 04/A-05: Inverse Problems and Enterprise Modeling*, Sydney, Australia, July 07-11, 2003.
- [2] Buikis A. and Guseinov Sh. (2003) Some one-dimensional coefficients inverse model problems of the heat transfer. *Proceedings of the Latvian Academy of Sciences, Section B: Natural, Exact and Applied Sciences*, **57**, 3(626)
- [3] Гусейнов Ш.Э., Буйкис А. (2003) Об одном методе сведения некоторых коэффициентных обратных задач к интегральным и интегро-дифференциальным уравнениям. *Труды II Международной Конференции Функциональные пространства. Дифференциальные операторы, Серия: Дифференциальные операторы и их приложения*, Москва, 2003.
- [4] Guseinov Sh. (2003) One simple method for solving a class of inverse problems. *The International Colloquium on the Occasion of the 200th Anniversary of Charles François Sturm and Workshop on Sturm-Liouville Theory, Contributed Lectures*. Vol. 1, Geneva, Switzerland, September 15-19

Applied mathematics and mathematical physics

- [5] Guseinov Sh. (2004) On the approaches for solutions of some classes of inverse heat transfer problems in layered domain. *The Fourth European Congress of Mathematics*, Vol. 1, Stockholm, Sweden, June 27-July 02, 2004.
- [6] Guseinov Sh. (2003) One method for solution of classes of Mathematical Physics inverse problems. *ICMP-2003: XIV International Congress on Mathematical Physics*, Vol. 2, Lisbon, Portugal, July 28-August 02, 2003.
- [7] Бакельман И.Я. (1965) *Геометрические методы решения эллиптических уравнений*. Наука, Москва
- [8] Ибрагимов Н.Х. (1983) *Группы преобразований в математической физике*. Наука, Москва
- [9] Искендеров А.Д. (1978) *Обратные задачи для параболических и эллиптических уравнений*. Издательство Московского Государственного Университете им. М.В. Ломоносова, "Автореферат докторской диссертации", 13 декабрь 1978
- [10] Красносельский М.А., Забрёйко П.П., Пустыльник Е.И., Соболевский П.Е. (1966) *Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций*. Наука, Москва
- [11] Красносельский М.А., Крейн С.Г. (1952) *Итерационный процесс с минимальными невязками*. Математический сборник **31**, 2
- [12] Тихонов А.Н. (1936) *О функциональных уравнениях типа Вольтерра и их приложение к уравнениям математической физики*. Докторская диссертация, МГУ, 1936
- [13] Тихонов А.Н. (1938) О функциональных уравнениях типа Volteira и их применениях к некоторым задачам математической физики. *Бюл. МГУ, Секция А: Серия «Математика и механика»* **1**, Вып. 8
- [14] Бухгейм А.Л. (1983) *Уравнения Вольтерра и обратные задачи*. Наука, СО АН СССР, Новосибирск
- [15] Бухгейм А.Л. (1988) *Введение в теории обратных задач*. Наука СО АН СССР, Новосибирск, 1988
- [16] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. (1968) *Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы*. Наукова думка, Киев
- [17] Вольтерра В. (1982) *Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений*. Наука, Москва
- [18] Вольтерра В. (1976) *Математическая теория борьбы за существование*. Наука, Москва

Received on the 1st of March 2006

Authors ' index

Avichail-Bibi R.	30
Gouternakht A.	30
Chlaidze V.	7
Tsilker B.Ja.	40
Guseinov Sh.E.	57, 68, 75
Fuks D.	30
Kiv A.	30
Kostyukova O.I.	46
Kurdina M.A.	46
Linde I.	7
Lobanova T.	15
Maximova T.	30
Orlov S.A.	40
Roizin Ya.	30
Shunin Yu.	15
Shterner V.	30
Stukalina Yu.	26



Yuri N. Shunin (born in Riga, March 6, 1951)

- Vice-rector on innovation work (Information Systems Management Institute), professor, Dr.Sc. Habil., Member of International Academy of Refrigeration
- *Director of Professional Study Programme* Information Systems (Information Systems Management Institute)
- *Director of Master Study Programme* Computer systems (Information Systems Management Institute)
- **University study:** Moscow physical and technical institute (1968-1974)
- Ph.D. (physics & mathematics) on solid state physics (1982, Physics Institute of Latvian Academy of Sciences), Dr. Sc. Habil (physics & mathematics) on solid state physics (1992, Ioffe Physical Institute of Russian Academy of Sciences).
- **Publications:** 300 publications, 1 patent
- **Scientific activities:** solid state physics, physics of disordered condensed media, amorphous semiconductors and glassy metals, semiconductor technologies, heavy ion induced excitations in solids, mathematical and computer modelling, system analysis



Igor V. Kabashkin (born in Riga, August 6, 1954)

- Vice-rector for Research and Development Affairs of Transport and Telecommunication Institute, Professor, Director of Telematics and Logistics Institute,
- PhD in Aviation (1981, Moscow Institute of Civil Aviation Engineering), Dr.Sc.Habil. in Aviation (1992, Riga Aviation University), Member of the International Telecommunication Academy, Member of IEEE, Corresponding Member of Latvian Academy of Sciences (1998)
- **Publications:** 330 scientific papers and 67 patents.
- **Research activities:** information technology applications, operations research, electronics and telecommunication, analysis and modelling of complex systems, transport telematics and logistics



Tamara Lobanova (born in Rezekne, Latvia)

MSc.Paed., Information Systems Management Institute, Head of the Department of Foreign Languages

University Study: Latvian State University (1980), Faculty of Foreign Languages, Doctoral student at the University of Latvia – FPP (Faculty of Pedagogy and Psychology)

Scientific interests:

- Linguistics
- Pedagogical-psychological aspects of teaching languages

Professional activities: TOEIC test administrator in Latvia

Publications: 21



Victor Chlaidze (born in 1944, Vladivostok, Russia)

Dr.Sc.Oec, Associate Professor, Head of the Department of Economics and Management, Information SYSTEMS Management Institute

University Study: Riga Civil Aviation Engineering Institute (1967)

Professional interests: labour economy, management, marketing, tourist management, tourist marketing, recreation

Publications: approx. 100



Ivar Linde (born in 1952, Riga, Latvia)

MSc, Assistant Professor of the Department of Economics and Management, Information Systems Management Institute

University study: Leningrad Institute of Cinema Engineering (1976)

Professional and scientific interests: management, marketing, project management, quality management, banking

Publications: about 30



Arnold E. Kiv, Professor, Dr. Sc. Habil. (phys&math)

- Chief of the Department of Theoretical Physics and the Laboratory of Computer Modelling, South Ukrainian Pedagogical University, Professor of the Department of Materials Engineering, Ben-Gurion University of the Negev P.O.B. 653, Beer-Sheva, 84105, Israel

Scientific activities: sub-threshold radiation effects in solids

Present scientific activities: computer modelling of processes in physics, psychology and social sciences



David Fuks (born in 1948, December, Odessa, Ukraine)

Professor, Dr. Sc. Habil. Prof. of the Department of Materials Engineering of the Ben-Gurion University of the Negev (Israel)

University study: Mechnikov Odessa State University, Department of Theoretical Physics, 1971

Publications: One book, six chapters in collective volumes and more than 200 papers

Scientific interests: Phase transitions in metal alloys and compounds, structure of solids, diffusion processes in solids, computer modelling in materials science



Rachel Avichail-Bibi (born in 1976, Israel,)

PhD, Department of Materials Engineering of the Ben-Gurion University of the Negev

Scientific interests: Physical mechanisms of programming and erasing processes in memory devices



Tatyana Maximova (born in 1976, January, Ukraine)

PhD (Phys&Math) , Associate Professor of the Pedagogical State University of Krivoy Rog

University study: Pedagogical State University of Krivoy Rog, 1997.

Publications: 15 papers in the field of computer modelling of defects and diffusion processes in solids

Scientific interests: Semiconductor surfaces, structure of interface regions in multi-phase systems, semiconductor memories



Yakov Roizin (born in 1950, January 31, Russia)

Staff Engineer, R&D , Tower Semiconductor Ltd., Israel

University study: Odessa State University, Ukraine (1971)

PhD (physics of semiconductors and dielectrics, Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch of the Academy of Sciences, 1978). Dr.Sc.Habil.(physics of semiconductors and dielectrics, Moscow Institute of Electronic Techniques, 1992)

Publications: 140 publications including 15 patents.

Research activities: **semiconductor devices for VLSI microelectronics, materials for advanced non-volatile memories, degradation phenomena in thin dielectric films**



Sharif Guseinov

Doctor of Science in Mathematics, Associate Professor of Transport and Telecommunication Institute, The Leading Researcher of Institute of Mathematics, Latvian Academy of Sciences and University of Latvia

University study: Azerbaijan State University and Moscow State University, including post-graduation (1983-1991)

Scientific activities:

Mathematical Physics, Mathematical Modelling , Inverse and Ill-posed Problems, Partial Differential Equations, Integral Equations, Operator Equations, Functional Analysis and Applications, Computational Methods, Optimal Control and Optimization Methods, Game Theory and Operations Research, Actuarial Mathematics, Discrete Mathematics, Probability Theory and Mathematical Statistics, Logistics (logistic systems, models and methods)

Publications: 96 scientific papers



Boriss Tsilker

Dr.Sc.Ing., Associate Professor of the Faculty of Computer Sciences and Electronics, Transport and Telecommunication Institute

University Study:

1971 Riga Civil Aviation Engineering Institute, Automation and Computer Department, Electrical Engineer in Computer Maintenance

1980 Candidate of Science in Radio Navigation

1992 Doctor of Science in Engineering

Professional Interests:

Computer and Computer Systems Architecture

Software for Aviation Simulators

Modelling of Radio-Navigation Complexes

Image Recognition

Publications: about 60



Sergey Orlov (born in 1947, July 9)

Dr.Sc.Ing., Professor, Head of the Chair of Software Engineering, the Faculty of Computer Science and Electronics, Transport and Telecommunication Institute
University Study: Perm's Engineering High School, Control Systems of Flying Planes Faculty, Engineering Diploma (1970)

Scientific Interests:

- Computer Science
- Automation Control
- Information Technologies

Publications:

More than 50 science, teaching, and methodological publications, 3 invention's patents



Yulia Stukalina

MSc.Paed., Transport and Telecommunication Institute

University Study:

1987 - Latvian State University, Faculty of Foreign Languages;
1996 - Riga Aviation University, Qualification Improvement Department, Master of Science in Pedagogic

Scientific interests:

Philology, English for Specific Purposes

Kostyukova O.I.

Chief scientific researcher, Department of Mathematical System Theory, Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
Professor, Dr. Sc. Habil. (Physics & Mathematics)

University Study: Belarusian State University, Faculty of Applied Mathematics

Publications: more than 150 papers and 3 books (with co-authors)

Scientific interests: optimal control theory, mathematical programming

Kurdina M.A.

Post-graduate student of the Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Scientific interests: optimal control theory

CUMULATIVE INDEX

COMPUTER MODELLING and NEW TECHNOLOGIES, volume 10, No. 2, 2006

(Abstracts)

V. Chlaidze, I. Linde. Six Sigma Method Application to the Perfection of Teaching Effect, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 7–14.

Innovation is the lifeblood of most organizations. For the majority of organizations, long-term success is tied directly to the new product development process. Tomorrow's revenue and growth are tightly bound to how successful you are at launching new products and services. The Six Sigma process is increasingly used in corporate practice. Businesses in various industry segments such as Services industry (Example: Call Centers, Insurance, Financial/Investment Services), Ecommerce industry (Example: B2B/B2C websites), Education can definitely use Six Sigma principles to achieve higher quality. Many big businesses such as GE and Motorola have successfully implemented Six Sigma, but the adaptation by smaller businesses has been very slow. In education, Six Sigma pertains to improving the quality of matter taught, the character generated of the students, and the quality of study and students life. Bringing Six Sigma efficiency and performance improvements to education sectors raises new challenges for quality managers. Six Sigma provided exact tools needed to improve this costly, critical – and frequently highly inefficient business. Focused on procedures that can be put to work immediately in education industry, Six Sigma demonstrates how to quickly ensure gains in key measures of quality improvement. The present article examines an instance of applying the Six Sigma methodology at the point where the education processes of an institute of higher education have been defined, its pictorial models have been plotted and are being analysed for future optimisation. Thus, the group of people working on the project requires a methodology for process analysis, planning, and a means to ensure permanent quality control.

Keywords: Six Sigma, education, quality of study process

Yu. Shunin and T. Lobanova. System Approach to Language Teaching, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 15–25.

In this paper we propose some certain definitions to pedagogical phenomena in the process of language acquisition on the basis of the General Systems Theory (L. von Bertalanfi, 1937). We consider a group of learners as a **learning system** which is reversely charged with a situational **managerial system** (i.e. mentoring/teaching staff), thus, forming a constituent structural unit of a bigger pedagogical system but keeping at the same time, all its main characteristics. Since the learning system experiences a purposeful external pedagogical influence, it is considered a **managed system**. A model of Intelligent System Management has been worked out. The principles developed are adequate also for other study activities and study courses.

The process of imparting educational information by a mentor is distinguished by its qualitative and quantitative indices. We regard it as a process of **intellectualization** of a study group in connection with the notion of 'homeokinetic plato', which actually reflects different intellectual levels of tested study group, e.g., in a language acquisition. The proposed **System of Intelligence Levels** and the **Teaching Efficiency Indicator** ensure the possibility to estimate the initial level of learner intelligence and the final result and compare these with a predetermined purposeful goal to see the efficiency of a study course and the progress of student achievement. These techniques can be recommended for use to a variety of educational domains.

An empirical study was used to analyze the optimum amount of the language material to be included into the final test on Business English. The empirical results gave grounds to compile effectively the examination paper material amount and to define the time for its fulfilment. **Optimization Model** of teaching information amount and time distribution has been worked out. The system approach to language teaching and acquisition allows us to remove the blinders so that we can

see the educational world in the light that illuminates the whole – the system – and only then there will be lasting changes for the better.

Keywords: system approach, intelligent system, managerial provision, instructional events, database, knowledgebase, language decoding, homeokinetic plato, intelligence level, intellectuality, teaching efficiency indicator, study material optimization.

Yu. Stukalina. New Challenges for the Educational Management in the Knowledge-Based Society, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 26–29.

The educational system of any country is a sophisticated organism; all physical, social and cultural factors and conditions influencing the existence and development of the country's educational system constitute the so-called educational environment. Friendly environment of the teacher's and student's plays an increasingly important role as strategic component in today's education – a role that is transforming a traditional educational system into a flexible, efficient, and extremely capable tool, which meets the needs of ever-evolving modern society. The last years of the 20th century have brought an amazing change in the global educational system, which is now in a state of continuous evolution. In the 21st century educational managers should be concerned with the educational environment, which is under the constant influence of modern technological environment, globalization and the accompanying demographic and socio-cultural changes. Creating an effective and adaptable educational environment has always been a challenge for education experts. This paper considers the essential trends and challenges, which constitute the strategic context for the educational management. It provides the analysis of the educational environment components, which might be used by education experts for the development of the optimum educational environment.

Keywords: education, management, external / internal environment

R. Avichail-Bibi, D. Fuks, A. Kiv, Ya. Roizin, T. Maximova, A. Gouternakht, V. Shterner. Software for Simulation of Retention Loss in Memory Transistor, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 30–39.

A new simulation approach to study physical mechanisms of V_t shift in memory transistors is suggested. The corresponding software is developed on the basis of Molecular Dynamics (MD) algorithm. Testing of software showed its conformity to the studied problems. The correlations between parameters of charge carriers injected into Gate dielectric (GD) and physical characteristics of trapping media (TM) that provide a stable programming state are found. New physical effects accompanying the V_t shift of memory device are revealed. The obtained results are in agreement with experimental data.

Keywords: Molecular Dynamics, memory transistors

Sergey Orlov, Boris Tsilker. Using of "Synthetic" Traces in Branch Prediction for Computing Facilities of Transport Systems, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 40–45. (in Russian)

At development of processors for transport systems' modern computers one of the cardinal questions is a choice of means against the branch problem in the instruction pipeline. Usually it is some of branch prediction algorithms. The choice of the most effective from a few tens of the known algorithms is carried out, coming from the results of their modelling at execution of certain program applications, presented by traces of these applications. Taking into account strong dependence of prediction accuracy on nature of application, which trace is used during researches, primary importance gets the representativeness of the trace, i.e. in what degree the results, got on the basis of this trace, are warrant for the final choice of algorithms. From these positions, there are reasons to talk, at least, about five classes of program applications. Statistics of the processes, related to the branches in programs, for various classes of applications notably differ, conducting to divergence of prediction accuracy estimations. A concept of "synthetic" trace, being a statistical equivalent of representative mixture of traces, related to different classes of program applications, is offered in the work. Some observations on forming of similar traces are made. The results of preliminary experiments, confirming competence and further effectiveness of the offered approach are brought.

Keywords: branch prediction, application trace, precision of prediction

O.I. Kostyukova, M.A. Kurdina. Analysis of Optimal Control Parametric Tasks Solution with Special Lines, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 46–56. (in Russian)

The paper deals with the analysis of properties of the linear and quadratic tasks solution in the neighbourhood of regular parameter in case when the optimal control has special lines. It is shown that when the solution with the specified value of regular parameter is known then with its delta the structure of solution does not change, and, the solving of the perturbed tasks is reduced to the solving of corresponding systems of non-linear equations, which concrete forms are defined by a structure. Theoretical results are confirmed by numerical experiment.

Keywords: perturbed tasks, optimal control, special lines

Sh.E. Guseinov. Method of Reduction of Generalized Stephan's Problem to Non-Linear Integral-Differential Equation of Volterra Type, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 57–67. (in Russian)

In this paper we consider the generalized (in terms of $\varphi_2(t) \neq 0$) Stephan problem. This inverse problem is solved with the help of new representation method. The proposed method lets to reduce the considered problem to the problem for solution of the Volterra nonlinear integral differential equation.

Keywords: Stephan problem, Volterra nonlinear integral differential equation

Sh.E. Guseinov. Method of Reduction of One Non-Linear Problem for Korteveg-De Freeze Equation to Non-Linear Integral-Differential Equation of Volterra Type, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 68–74. (in Russian)

In this paper we consider the nonlinear initial-boundary problem for Korteveg-de Vries differential equation. This nonlinear problem is solved with the help of new representation method. The proposed method lets to reduce the considered problem to the problem for solution of the second kind Volterra nonlinear integral equation.

Keywords: Korteveg-de Vries differential equation, second kind Volterra nonlinear integral equation

Sh.E. Guseinov. Method of Reduction of One Non-Linear Problem for Monge-Ampere Equation to Non-Linear Integral-Differential Equation of Volterra Type, *Computer Modelling and New Technologies*, vol. 10, No 2, 2006, pp. 75–80. (in Russian)

In this paper we consider the nonlinear initial-boundary problem for Monge-Ampere differential equation. This nonlinear problem is solved with the help of new representation method. The proposed method lets to reduce the considered problem to the problem for solution of the nonlinear Volterra type integral-differential equation.

Keywords: Monge-Ampere differential equation, nonlinear Volterra type integral-differential equation

V. Chlaidze, I. Linde. Seši sigma metodes pielietojums apmācības efektivitātes paaugstināšanā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 7.–14. lpp.

Inovācijas ir daudzu institūciju izdzīvošanas pamatā. Lielākoties institūciju panākumi ir cieši saistīti ar jauna produkta attīstības procesu. Rītdienas atdeve un izaugsme ir cieši saistīta ar to, cik veiksmīgi tiek uzsākts jaunais projekts. Seši sigma process korporatīvajā praksē tiek pielietots arvien vairāk un vairāk. Bizness dažādos ražošanas segmentos, tādos kā pakalpojumu industrija (piemēram, Telefonu centrāles, Apdrošināšana, Finanšu/Investīciju institūcijas), e-komercijas industrija (piemēram, B2B/B2C tīmekļa vietnes), kā arī izglītība pilnīgi noteikti var lietot Seši sigma principus, lai paaugstinātu kvalitāti. Lielie uzņēmēji, tādi kā GE un Motorola, ir ļoti veiksmīgi ieviesuši Seši sigma, bet, jāatzīst, ka mazie uzņēmēji to ievieš ļoti lēnām.

Autori šajā rakstā izpēta Seši sigma metodoloģijas pielietošanas momentu tanī punktā, kur tiek noteikti izglītības procesi augstākajās mācību iestādēs, ilustrēti modeļi tiek ieskicēti un analizēti turpmākai to optimizācijai.

Tādējādi pētnieku grupai, kas strādā ar šo projektu, ir nepieciešama metodoloģija procesa analīzei, plānošanai, un nepieciešami arī līdzekļi, lai nodrošinātu tiešu kvalitātes kontroli.

Atslēgvārdi: Seši sigma, izglītība, studiju procesa kvalitāte

Yu. Shunin and T. Lobanova. Sistēmpieceja valodas apmācībā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 15.–25. lpp.

Šajā rakstā mēs dodam dažas pedagoģiskā fenomena definīcijas valodu apguves procesā, pamatojoties uz Vispārīgās sistēmu teoriju. Mēs pieņemam apmācāmo grupu kā **mācīšanas sistēmu**, kura pretēji ir noslogota ar situācijas **organizatorisko sistēmu** (i.e. mentoru/lektoru personāls), tādējādi veidojot strukturālās vienības sastāvdaļu, kas ietilpst lielākā pedagoģiskā sistēmā, bet tanī pašā reizē, paturot visas tās galvenās raksturīpašības.

Kopš apmācības sistēma pārdzīvo mērķtiecīgu ārējo pedagoģisko ietekmi, tā tiek pieņemta kā **pabeigta sistēma**. Šajā pētījumā tiek izstrādāts inteligentās vadības sistēmas modelis. Dotie principi ir adekvāti arī citu studiju aktivitātēm un studiju kursiem.

Process, kad mentors sniedz izglītības informāciju, tiek sadalīts pēc kvalitātes un kvantitātes rādītājiem.

Mēs pieņemam, ka tas ir process, kas **intelektualizē** apmācāmo grupu saistībā ar “homeokinētiskā plato” viedokli, kas faktiski parāda dažādus intelektuālos līmeņus testējamai apmācāmo grupai, piem., valodu apguvē. Piedāvātā **Intelligences līmeņu sistēma** un **Mācīšanas efektivitātes rādītājs** nodrošina iespēju noteikt apmācāmā intelligences sākotnējo līmeni un beigu rezultātu, salīdzinot to visu ar jau iepriekš paredzēto mērķi – redzēt studiju kursa efektivitāti un studenta sasniegumu progresu. Šie paņēmieni var būt rekomendēti lietošanai dažādām izglītības jomām. Empīrisks pētījums tika lietots, lai analizētu valodas materiāla optimālo daudzumu, kurš var būt iekļauts *Business English* beigu testā. Empīriskie rezultāti deva pamatu efektīvi sastādīt eksaminācijas materiālu un noteikt laiku tā izpildei. Rakstā tika izstrādāts optimizācijas modelis informācijas apguvei un laika sadalījumam. Sistēmpieceja valodu apguvē mums palīdz izvairīties no kļūdām, tādējādi mēs izglītības pasauli varam redzēt gaismā, kas izstaro veselumu – sistēmu – un tikai tad būs pārmaiņas uz augšu.

Atslēgvārdi: sistēmpieceja, inteligenta sistēma, vadības nodrošinājums, datu bāze, zināšanu bāze, valodas dekodēšana, intelligences līmenis

Yu. Stukalina. Jauni izaicinājumi izglītības vadībā izglītotā sabiedrībā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 26.–29. lpp.

Katras valsts izglītības sistēma ir izsmalcināts organisms; visi fiziskie, sociālie un kultūras faktori un apstākļi, kuri ietekmē valsts izglītības sistēmas eksistenci un attīstību, sastāda tā saucamo

izglītības vidi. Pasniedzēja un studējošā draudzīgā vide spēlē ļoti svarīgu lomu kā stratēģiskā sastāvdaļa šodienas izglītībā – loma, kas transformē tradicionālo izglītības sistēmu elastīgā, efektīvā un īpaši spējīgā līdzeklī, kas risina mūžīgi attīstošās mūsdienu sabiedrības vajadzības. 20. gadsimta pēdējie gadi ir atnesuši apbrīnojamas izmaiņas pasaules izglītībā, kas pašlaik atrodas evolūcijā. Izglītības vadītājiem 21. gadsimtā ir jābūt nomodā par izglītības vidi, kuru nepārtraukti ietekmē moderno tehnoloģiju vide, globalizācijas procesi un tos pavadošās demogrāfiskās un sociāli kulturālās izmaiņas. Efektīvas un adaptējamās kulturālās vides radīšana vienmēr ir bijis izaicinājums izglītības ekspertiem.

Autors šajā rakstā piedāvā pamatvirzienus un izaicinājumus, kas sastāda stratēģisko kontekstu izglītības vadīšanai. Tas nodrošinās izglītības vides komponentu analīzi, ko izglītības eksperti varētu pielietot, un līdz ar to arī attīstīt optimālu izglītošanas vidi.

Atslēgvārdi: izglītība, vadība, iekšējā/ārējā vide

R. Avichail-Bibi, D. Fuks, A. Kiv, Ya. Roizin, T. Maximova, A. Gouternakht, V. Shterner. Programmatūra aiztures zuduma modelēšanai atmiņas tranzistorā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 30.–39. lpp.

Rakstā tiek piedāvāta jauna modelēšanas pieeja, lai izpētītu atmiņas tranzistorā fizikālā mehānisma V_1 novirzi. Dotā programmatūra ir izstrādāta uz Molekulārās dinamikas algoritma bāzes. Programmatūras testēšana parādīja tās atbilstību pētāmām problēmām.

Rakstā tiek atrastas korelācijas starp lādiņa nesēja parametriem, kas injicēts *Gate* dielektriķī (GD) un slazdošanas līdzekļa (trapping media) fizikālie raksturojumi, kas nodrošina stabili programmēšanas stāvokli.

Tiek atklāti jauni fizikālie efekti, kuri pavada atmiņas ierīces V_1 novirzi. Iegūtie rezultāti sakrīt ar eksperimentāliem datiem.

Atslēgvārdi: Molekulārā dinamika, atmiņas tranzistors

Sergey Orlov, Boris Tsilker. “Sintētisko” trašu izmantošana pāreju pareģošanā transporta sistēmu datortehnikā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 40.–45. lpp.

Izstrādājot procesorus mūsdienu transporta sistēmu datoriem, viens no kardināliem jautājumiem ir cīņas veida izvēle ar pāreju problēmu komandu konveijerā. Parasti tas ir jēlkāds no pāreju pareģošanas algoritmiem. Īpaši efektīva izvēle no dažiem desmitiem zināmo algoritmu notiek, pamatojoties uz to modelēšanas rezultātu, izpildot noteiktas lietojumprogrammas, ko nosaka ar šo programmu trasēm. Ņemot vērā pareģošanas precizitātes ciešu atkarību no lietojumprogrammas rakstura, kuras trase tiek izmantota pētījumu gaitā, sevišķu nozīmi iegūst trases reprezentabilitāte, t.i., kādā mērā rezultāti, kas ir saņemti uz šīs trases bāzes, var kalpot par pamatu algoritmu galīgai izvēlei. No šīm pozīcijām ir pamats runāt vismaz par lietojumprogrammu piecām klasēm. Procesu statistiskie rādītāji, kas ir saistīti ar pārejām programmās, dažādām pielikumu klasēm būtiski atšķiras, kas rada arī pareģošanas precizitātes novērtējumu nevienādību. Darbā tiek piedāvāta „sintētiskas” trases koncepcija, kas pārstāv trašu reprezentatīvu statistisku ekvivalentu lietojumprogrammu dažādām klasēm. Rakstā ir izteikti apsvērumi šādu trašu izveidošanai. Tiek doti iepriekšējo eksperimentu rezultāti, kas apstiprina piedāvājamās pieejas tiesīgumu un tālākās izmantošanas lietderīgumu.

Atslēgvārdi: pāreju pareģojums, lietojumprogrammas trase, pareģošanas precizitāte

O. Kostjukova, M. Kurdina. Optimālās vadības ar speciālām līnijām parametrisko uzdevumu risināšanas analīze, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 46.–56. lpp.

Darbā tiek izskatīta lineāro un kvadrātisko uzdevumu risināšanas analīze regulāro parametru tuvumā gadījumā, kad optimālāi vadībai ir speciālas līnijas. Tiek parādīts, ka, ja risinājums ar regulāro parametru specifisko vērtību ir zināms, tad ar tā delta risinājumu struktūra nemainās, un šo uzdevumu risinājums tiek reducēts uz atbilstošo sistēmu nelineāro vienādojumu risināšanu, kura konkrētās formas tiek definētas ar struktūras palīdzību. Teorētiskie rezultāti tiek apstiprināti ar skaitliskiem eksperimentiem.

Atslēgvārdi: optimālā vadība, speciālas līnijas, parametriskie uzdevumi

Š. Huseinovs. Stefana vispārinātā uzdevuma apvienošanas metode ar Volterra integrāl-diferenciālvienādojumu, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 57.–67. lpp.

Šajā rakstā tiek izskatīta vispārinātā Stefana problēma ($\varphi_2(t) \neq 0$ izteiksmē). Šī inversā problēma tiek risināta ar jauno reprezentācijas metodi. Piedāvātā metode atļauj reducēt izskatīto problēmu uz Volterra nelineāro integrāl-diferenciālvienādojumu risināšanas problēmu.

Atslēgvārdi: Stefana problēma, Volterra nelineārais integrāl-diferenciālvienādojums

Š. Huseinovs. Metode vienam nelineārā uzdevuma Korteveg-de Vries vienādojuma apkopojumam ar Volterra tipa nelineāro integrāl-diferenciālvienādojumu, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 68.–74. lpp.

Šajā rakstā autors izskata nelineāro sākumrobežas problēmu Korteveg-de Vries diferenciālvienādojumam. Šī nelineārā problēma ir risināta ar jaunās reprezentācijas metodes palīdzību. Piedāvātā metode atļauj reducēt izskatīto problēmu, lai risinātu otrās kārtas Volterra nelineāro integrālvienādojumu.

Atslēgvārdi: Korteveg-de Vries diferenciālvienādojums, otrās kārtas Volterra nelineārais integrālvienādojums

Š. Huseinovs. Vispārīgā nelineārā uzdevuma Monge-Ampere vienādojuma apkopojuma metode nelineārajā Volterra tipa integrāl-diferenciālvienādojumā, *Computer Modelling and New Technologies*, 10.sēj., Nr.2, 2006, 75.–80. lpp.

Šajā rakstā mēs izskatīsim nelineāro sākumrobežas problēmu Monge-Ampere diferenciālvienādojumam. Šī nelineārā problēma tiek risināta ar jaunās reprezentācijas metodes palīdzību. Piedāvātā metode ļauj reducēt izskatīto problēmu uz problēmu, lai risinātu nelineāro Volterra tipa integrāl-diferenciālvienādojumu.

Atslēgvārdi: Monge-Ampere diferenciālvienādojums, nelineārais Volterra tipa integrāl-diferenciālvienādojums

**COMPUTER MODELLING
&
NEW TECHNOLOGIES**

ISSN 1407-5806 & ISSN 1407-5814(on-line)

EDITORIAL BOARD:

Prof. Igor Kabashkin (Chairman of the Board), *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*;
Prof. Yuri Shunin (Editor-in-Chief), *Information Systems Management Institute, Latvia*;
Prof. Adolfas Baublys, *Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania*;
Dr. Brent Bowen, *University of Nebraska at Omaha, USA*;
Prof. Olgierd Dumbrajs, *Helsinki University of Technology, Finland*;
Prof. Eugene Kopytov, *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*;
Prof. Arnold Kiv, *Ben-Gurion University of the Negev, Israel*;
Prof. Anatoly Kozlov, *Moscow State University of Civil Aviation, Russia*;
Prof. Juris Zakis, *University of Latvia*;
Prof. Edmundas Zavadskas, *Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania*.

Editors:

Literary editor Lucija Paegle, *Transport & Telecommunication Institute, Latvia*
Technical editor Christina Hamroon, *Information Systems Management Institute, Latvia*

Host Organization:

Transport and Telecommunication Institute – Eugene Kopytov, Rector

Co-Sponsor Organization:

PAREX Bank, Latvia – Valery Kargin, President

Supporting Organizations:

Latvian Transport Development and Education Association – Andris Gutmanis, President
Latvian Academy of Sciences – Juris Ekmanis, Vice-President
Latvian Operations Research Society – Igor Kabashkin, President
University of Nebraska at Omaha, USA – Brent Bowen, Director of Aviation Institute
“The Khaim Kordonsky Charitable Foundation” – Inna Kordonsky-Frankel

**THE JOURNAL IS DESIGNED FOR PUBLISHING PAPERS CONCERNING THE
FOLLOWING FIELDS OF RESEARCH:**

- mathematical and computer modelling
- mathematical methods in natural and engineering sciences
- physical and technical sciences
- computer sciences and technologies
- semiconductor electronics and semiconductor technologies
- aviation and aerospace technologies
- electronics and telecommunication
- navigation and radar systems
- telematics and information technologies
- transport and logistics
- economics and management
- social sciences

Articles can be presented in journal in English (preferably), Russian, German and Latvian (at the option of authors). All articles are reviewed.

Computer Modelling & New Technologies * Preparation of publication

EDITORIAL CORRESPONDENCE

Transporta un sakaru institūts (Transport and Telecommunication Institute)
Lomonosova iela 1, LV-1019, Riga, Latvia. Phone: (+371)-7100593. Fax: (+371)-7100535
E-mail: journal@tsi.lv, [http:// www.tsi.lv](http://www.tsi.lv)

COMPUTER MODELLING AND NEW TECHNOLOGIES, 2006, Vol. 10, No.2

Scientific and research journal of Transport and Telecommunication Institute (Riga, Latvia)
The journal is being published since 1996.

Computer Modelling & New Technologies * Preparation of publication ***The Camera-Ready Copies***

PREPARATION OF CAMERA-READY TYPESCRIPT: COMPUTER MODELLING AND NEW TECHNOLOGIES

A Guide for Authors

A.N. AUTHOR

Affiliation

Institute address

Abstract reviews the main results and peculiarities of a contribution. Abstract is presented always in English or in English and the second (presentation) language both.

Keywords: main terms, concepts

1. Introduction

These instructions are intended to provide guidance to authors when preparing camera-ready submissions to a volume in the **CM&NT**. Please read these general instructions carefully before beginning the final preparation of your camera-ready typescript.

Two ways of preparing camera-ready copy are possible:

- (a) preparation on a computer using a word processing package;
- (b) printed copy fitted for scanning.

2. Printer Quality, Typing Area and Fonts

IMPORTANT:

If you produce your camera-ready copy using a laser printer, use a 15 x 23 cm typing area (in A4 format: 30 mm – left, 30 mm – right, 30 mm – top, 30 – bottom, line spacing – single), as in these instructions, in combination with the **10 points Times** font. The pages will then be reproduced one to one in printing.

Fonts

The names and sizes of fonts are often not the same on every computer system. In these instructions the Times font in the sizes 10 points for the text and 8 points for tables and figure legends are used. The references section should be in the 10 points font.

3. Format and Style

The text should be in clear, concise English (or other declared language). Please be consistent in punctuation, abbreviations, spelling (***British English***), headings and the style of referencing.

Camera-ready copy will be printed exactly as it has been submitted, so please make sure that the text is proofread with care.

In general, if you prepare your typescript on a computer using a word processing package, use styles for the font(s), margin settings, headings, etc., rather than inserting these layout codes every time they are needed. This way, you will obtain maximum consistency in layout. Changes in the layout can be made by changing relevant style(s).

4. Layout of the Opening Page

A sample for the opening page of a contribution is shown in Figure 1 on page 3. Requirements for the opening page of a contribution are (see also Figure 1): the titles should always be a centered page and should consist of: the title in capital letters, bold font, flush center, on the fourth text line; followed by the subtitle (if present) in italics, flush center, with one line of white above. The author's name(s) in capitals and the affiliation in italics should be centered and should have two lines of white space above and three below, followed by the opening text, the first heading or the abstract.

Computer Modelling & New Technologies * Preparation of publication

5. Headings

Please distinguish the following four levels of headings:

1. First-order Heading

This heading is in bold, upper and lowercase letters, numbered in Arabic figures, and has two lines of space above and one line below. The text begins full out at the left margin.

1.1. SECOND-ORDER HEADING IN CAPITALS

This heading is in roman capitals, numbered in Arabic figures and has one line of space above and below. The text begins full out at the left margin.

1.1.1. *Third-order Heading in Italics*

This heading is in italics, upper and lower case letters, numbered in Arabic figures and has one line of space above and no space below. The text begins full out at the left margin.

Fourth-order Heading in Italics. This heading is in italics, upper and lowercase letters, with one line of space above the heading. The heading has a full stop at the end and the text runs on the same line.

↕ 3 blank lines	TITLE OF CONTRIBUTION <i>Subtitle of Contribution</i>
↕ 2 blank lines	A.N. AUTHOR <i>Affiliation</i> <i>Institute address</i>
↕ 3 blank lines	<i>Abstract</i>
↕ 2 blank lines	First text line

Figure 1. Example of an opening part of contribution to a Volume of CM&NT

6. Figures and Photographs

- *Line drawings* must be submitted in original form, on good quality tracing paper, or as a glossy photographic print.

- *Halftone photographs* must be supplied as glossy prints.

- *Colour illustrations.* Colour illustrations are more expensive and the author is expected to cover the extra costs. Please consult with Editors about this.

Mount all illustrations directly into the text at the appropriate places. Alternatively, it is acceptable to leave the appropriate space blank in the text, and submit the illustrations separately. In this case You must put the figure numbers in pencil in the open spaces in the text and on the back of the figures. Also indicate the top of the illustration.

For computer plotting the ORIGIN Software is preferable.

Computer Modelling & New Technologies * Preparation of publication

- Legends for figures/illustrations should not be incorporated in the figure itself and they should be listed in numerical order (headed as "Figure 1.", "Figure 2." etc.). The legends should be set centered, below the figure.

7. Displayed Equations

Displayed equations should be in the left side of the page, with the equation number in parentheses, flush right.

$$E_{int} = \iint \psi^+(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x})K(\mathbf{x}-\mathbf{x}')(-div\mathbf{P}(\mathbf{x}'))d^3xd^3x', \quad (1)$$

$$K(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = C_0 \frac{\exp(-\lambda(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|))}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}. \quad (2)$$

Font sizes for equations are: 12pt – full, 7pt – subscripts/superscripts, 5pt – sub-subscripts/superscripts, 18pt – symbols, 12pt – subsymbols.

8. Tables

Please center tables on the page, unless it is necessary to use the full page width. Exceptionally large tables may be placed landscape (90° rotated) on the page, with the top of the table at the left-hand margin. An example of a table is given below:

TABLE 1. National programs of fusion research [1]

Experiment	Type	Laboratory	Task	Begin of operation
JET	tokamak	Joint European Torus, Culham, UK	Plasma physics studies in the region close to ignition	1983
TEXTOR	tokamak	FA, Jülich. Germany	Studies of plasma-wall interaction	1982
TORUS SUPRA	tokamak	CEA, Cadarache, France	Testing of superconducting coils, stationary operation	1988
ASDEX Upgrade	tokamak	IPP, Garching, Germany	Plasma boundary studies in divertor plasmas	1990
WENDELSTEIN 7-AS	stellarator	IPP, Garching, Germany	Testing the principles of "advanced stellarator"	1988
WENDELSTEIN 7-X	stellarator	IPP, Greifswald, Germany	Testing feasibility of "advanced stellarator" for power station	2004

9. References

The References should be typeset in a separate section as a numbered list at the end of your contribution in the following style:

Journal articles should consist of as follows: author's name, initials, year, title of article, journal title, volume number, inclusive page numbers, e.g.:

- [1] Dumbrajs O. (1998) Nuclear Fusion. *RAU Scientific Reports & Computer Modelling & New Technologies* **2**, aa-zz
- [2] Kiv A.E., Polozovskaya I.A., Tavalika L.D. and Holmes S. (1998) Some problems of operator-machine interaction. *RAU Scientific Reports & Computer Modelling & New Technologies* **2**, aa-zz
- [3] Shunin Yu.N. (1996) Elementary excitations and radiation defects in solids induced by swift heavy ions. *RAU Scientific Reports & Solid State Electronics & Technologies* **1**, 15-35
- [4] Schwartz K. (1996) Excitons and radiation damage in alkali halides. *RAU Scientific Reports & Solid State & Electronics & Technologies* **1**, 3-14

Computer Modelling & New Technologies * Preparation of publication

Book references should consist of as follows: author's name, initials, year, title of book, publisher, place of publication, e.g.:

- [5] Schwartz K. (1993) The Physics of Optical Recording. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York
- [6] Shunin Yu.N. and Schwartz K.K. (1997) Correlation between electronic structure and atomic configurations in disordered solids. In: R.C. Tennyson and A.E. Kiv (eds.). Computer Modelling of Electronic and Atomic Processes in Solids. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 241-257 .

Unpublished papers should consist of as follows: author's name, initials, year (or: in press), title of paper, report, thesis, etc., other relevant details, e.g.:

- [7] Shunin Yu.N. (1995) Elementary Excitations in amorphous solids accompanying the swift heavy ions passages. Private communication. GSI Seminar. Darmstadt

The references above should be cross-referenced by numbers within square brackets: ...as cited in [1], or Kiv *et al.* [2]... The use of author's initials for cross-references is not encouraged.

10. Authors Index

Editors form the author's index of a whole Volume. Thus, all contributors are expected to present personal colour photos with the short information on the education, scientific titles and activities.

11. Submission

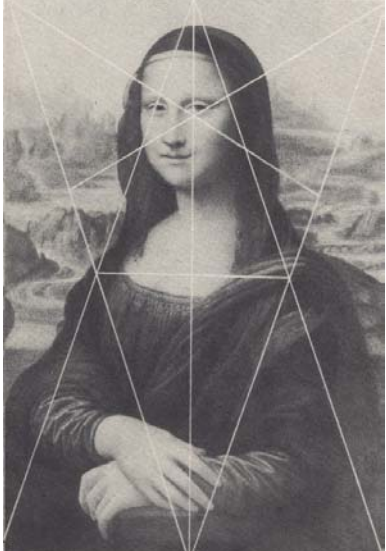
Check your typescript very carefully before it is submitted. Submit two copies of the typescript to the Editors of the Volume. Always retain a copy of all material submitted as backup.

11.1. DISK FORMATS AND WORD PROCESSING PACKAGES

If you want to present contributions electronically please before submitting accord with the Editors the details on your computer system, your word processing package and version (MS Word 6 and above versions are preferable) and the way of transfer on the information (disk or Internet).

Acknowledgements

Acknowledgements (if present) mention some specialists, grants and foundations connected with the presented paper. The first page of the contribution should start on page 1 (right-hand, upper, without computer page numbering). Please paginate the contributions, in the order in which they are to be published. Use simple pencil only.

NATURE AND COMPUTER WORLD Scientific popular journal	PUBLISHERS: TRANSPORT AND TELECOMMUNICATION INSTITUTE <i>TRANSPORTA UN SAKARU INSTITŪTS (TSI)</i> & INFORMATION SYSTEMS MANAGEMENT INSTITUTE <i>INFORMĀCIJAS SISTĒMU MENEDŽMENTA AUGSTSKOLA (ISMA)</i>
ПРИРОДА И КОМПЬЮТЕРНЫЙ МИР Научно-популярный журнал	EDITORIAL BOARD: THE HEAD OF THE BOARD PROFESSOR, DR.SC.HABIL. I.V. KABASHKIN (LATVIA) EDITOR-IN-CHIEF PROFESSOR, DR.SC.HABIL. YU.N. SHUNIN (LATVIA)
DABA UN DATORPASAULE Zinātniski populārais žurnāls	MEMBERS OF THE BOARD: Associate professor, Dr.Sc.Soc. V.V. Volkov (Latvia) Associate professor, Dr.Sc.Eng. A.V. Grackovsky (Latvia) Professor, Dr.Sc.Habil. O. Dumbrajs (Finland) Professor, Dr.Sc.Habil. A.E. Kiv (Israel)
	TECHNICAL EDITOR: MSc Ch.N. Hamroon NATURE AND COMPUTER WORLD, PUBLISHED SINCE 2001 ISSN 1407-8422 ISSN 1407-8422 - on-line <i>Copyright @tsi&isma</i> Editorial office: <i>Nature and Computer World,</i> <i>Lomonosov 1, Build. 4, LV-1019, Riga, Latvia</i> <i>shunin@isma.lv, kiv@tsi.lv</i>

N&CW is the new scientific popular journal addressed to senior school students. It pays attention to some actual fields of undergraduate studies:

- Mathematics
- Physics
- Computers
- Programming and Computer Modelling
- Nature Phenomena

We are open for collaboration in these directions in the framework of N&CW and ready to consider corresponding materials. All articles are reviewed.